Capítulo 5: Identidades Trigonométricas

Identidad Trigonométrica

Una identidad trigonométrica es una relación de igualdad entre funciones trigonométricas, que se cumple cualquiera sea el valor o valores de las incógnitas que aparecen en la expresión.

Estas identidades son siempre útiles para cuando necesitamos simplificar expresiones que tienen incluidas funciones trigonométricas, cualesquiera que sean los valores que se asignen a los ángulos para los cuales están definidas estas razones. Las identidades trigonométricas nos permiten plantear una misma expresión de diferentes formas. Para simplificar expresiones algebraicas, usamos la factorización, denominadores comunes, etc. Pero para simplificar expresiones trigonométricas utilizaremos estas técnicas en conjunto con las identidades trigonométricas.

Para verificar una identidad A=B, se puede transformar A en B o B en A.

Sugerencias para la verificación de identidades:

1. Memorizar las identidades fundamentales.
2. Escoger el lado más complicado para ser transformado.
3. Cualquier función puede ser escrita en términos de otra cualquiera.
4. Emplear artificios matemáticos.
5. Factorizar y simplificar adecuadamente.

CLASES DE IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS:

Recíprocas: el cálculo de estas identidades se hace con base en las razones trigonométricas.

$$sen\theta = \frac{1}{csc\theta} \qquad Csc\theta = \frac{1}{sen\theta}$$

$$cos\theta = \frac{1}{sec\theta} \qquad Sec\theta = \frac{1}{cos\theta}$$

$$Tan\theta = \frac{1}{cot\theta} \qquad Cot\theta = \frac{1}{tan\theta}$$

Pitagóricas: Las identidades trigonométricas pitagóricas se obtienen al aplicar el Teorema de Pitágoras a las definiciones de las funciones trigonométricas. Son **tres identidades** y se cumplen para cualquier valor del ángulo $\boldsymbol{\theta}$.

$$sen^2\theta + cos^2\theta = 1$$

$$tan^2\theta + 1 = sec^2\theta \quad \text{o} \quad sec^2\theta - tan^2\theta = 1$$

$$cot^2\theta + 1 = csc^2\theta \quad \text{o} \quad csc^2\theta - cot^2\theta = 1$$

Por cociente: Las identidades trigonométricas de cociente son dos: **tangente y cotangente** y tienen la propiedad de relacionar, por medio de un cociente, las funciones trigonométricas seno y coseno.

$$tan\theta = \frac{sen\theta}{cos\theta} \qquad cot\theta = \frac{cos\theta}{sen\theta}$$

Estas 8 deducciones se conocen como identidades trigonométricas fundamentales.

Demostración de identidades trigonométricas

Como se ha mencionado, **una identidad es una relación que contiene funciones trigonométricas.** Además de las antes descritas, existen otras identidades que se expresan por medio de una igualdad y que son válidas para todos los valores del ángulo en los que están definidas las funciones.

No existe un método específico para verificar una identidad, sólo algunas sugerencias. Para comprobar las identidades se puede proceder de la siguiente manera:

1. Se transforma uno de los miembros de la igualdad, cualquiera de los dos, en el otro (generalmente se transforma el miembro más complicado). Se escriben las funciones en términos de senos y cosenos.
2. Se simplifica la expresión de un lado de la igualdad; la otra no se altera. Para ello se sugiere que se realicen las operaciones indicadas como factorizar, simplificar, suma de fracciones, etcétera.
3. Para poder realizar las demostraciones se debe tener un completo dominio de las definiciones de las funciones trigonométricas y las ocho relaciones fundamentales.

EJEMPLOS:

1.

$$\frac{Senx}{cscx} + \frac{cosx}{secx} = 1$$

Solución:

- ✓ *Primero se establecen todas las expresiones en términos de seno y coseno:*

$$\frac{\frac{senx}{1}}{\frac{1}{senx}} + \frac{\frac{cosx}{1}}{\frac{1}{cosx}} = 1$$

- ✓ *Segundo, se plantea la división haciendo uso de la conocida "ley de la oreja" y se resuelve la operación de suma:*

$$\left[\frac{\frac{senx}{1}}{\frac{1}{senx}} + \frac{\frac{cosx}{1}}{\frac{1}{cosx}}\right] = 1$$

$$\frac{sen^2x}{1} + \frac{cos^2x}{1} = 1 \rightarrow$$

$$sen^2x + cos^2x = 1 \rightarrow$$

1 = 1

- ✓ *Finalmente se pudo transformar el primer miembro de la igualdad en el segundo, quedando así demostrada la identidad.*

2.

$$\frac{1}{cos^2A} - 1 = tan^2A$$

Solución:

- ✓ *Como se puede observar, el miembro más complejo es el que está a la izquierda, así que comenzaremos por éste y nuestro objetivo será llegar al término de la derecha.*
- ✓ *Lo primero que se hará será resolver la restar:*

$$\frac{1}{cos^2A} - \frac{1}{1} = tan^2A \rightarrow \frac{1 - cos^2A}{cos^2A} = tan^2A$$

Debemos que recordar que según las identidades fundamentales $sen^2A + cos^2A = 1$, por tanto $sen^2A = 1 - cos^2A$, de esta manera reemplazaos la expresión en el numerador.

$$\frac{sen^2A}{cos^2A} = tan^2A \rightarrow$$

$$tan^2A = tan^2A$$

- ✓ *Finalmente se pudo transformar el primer miembro de la igualdad en el segundo, quedando así demostrada la identidad.*

3.

$$\boldsymbol{sec^2A + tan^2A = 2tan^2A + 1}$$

Solución:

- ✓ *Como se puede observar, el miembro más complejo es el que está a la izquierda, así que comenzaremos por éste y nuestro objetivo será llegar al término de la derecha. Lo que haremos será transformar la expresión de secante en términos de tangente.*

$$sec^2A = 1 + tan^2A \rightarrow$$

- ✓ *Reemplazando se obtiene:*

$$sec^2A + tan^2A = 2tan^2A + 1 \rightarrow$$

$$1 + tan^2A + tan^2A = 2tan^2A + 1 \rightarrow$$

- ✓ *Se realiza agrupación de términos semejantes:*

$$1 + 2tan^2A = 2\ tan^2A + 1$$

- ✓ *Finalmente se pudo transformar el primer miembro de la igualdad en el segundo, quedando así demostrada la identidad.*

4.

$\cos^2A\ (\sec^2A - 1) = \text{sen}^2A$

Solución:

- ✓ *Como se puede observar, el miembro más complejo es el que está a la izquierda, así que comenzaremos por éste y nuestro objetivo será llegar al término de la derecha. Debemos recordar que* ***sec ²A – 1 = tan ²A****.*
- ✓ *Reemplazando en la expresión, se obtiene:*

$$cos^2A(sec^2A - 1) = sen^2A \rightarrow$$
$$cos^2A\ (tan^2A) = sen^2A \rightarrow$$

- ✓ *Se cambia la expresión de tangente por términos de seno y coseno.*

$$cos^2A.\left(\frac{sen^2A}{cos^2A}\right) = sen^2A \rightarrow$$

- ✓ *Se cancelan los términos de cos ²A.*

$$\cancel{cos^2A}.\left(\frac{sen^2A}{\cancel{cos^2A}}\right) = sen^2A$$

- ✓ *Finalmente se puede demostrar la identidad trigonométrica:*

$$sen^2A = sen^2A$$

5.

$$\boldsymbol{\frac{1-\cos^2 x}{\tan^2 x} = \cos^2 x}$$

Solución:

- ✓ *Como se puede observar, el miembro más complejo es el que está a la izquierda, así que comenzaremos por éste y nuestro objetivo será llegar al término de la derecha. Para hacer la operación más sencilla, se expresará la $\tan^2 x$ en términos de seno y coseno.*

  Según las identidades fundamentales, ***$sen^2 x + \cos^2 x = 1$****, por tanto:* ***$sen^2 x = 1 - \cos^2 x$***

- ✓ *Reemplazando se obtiene:*

$$\frac{1-\cos^2 x}{\tan^2 x} = \cos^2 x \rightarrow$$

$$\frac{sen^2 x}{\tan^2 x} = \cos^2 x \rightarrow$$

$$\frac{\frac{sen^2 x}{1}}{\frac{sen^2 x}{\cos^2 x}} = \cos^2 x \rightarrow$$

- ✓ *Se aplica la "ley de la oreja", multiplicando extremos sobre medios:*

$$\frac{sen^2 x\,(\cos^2 x)}{1\,(sen^2 x)} = \cos^2 x \rightarrow \qquad \frac{\cancel{sen^2 x}\,(\cos^2 x)}{1\,(\cancel{sen^2 x})} = \cos^2 x$$

- ✓ *Finalmente se cancelan las expresiones $sen^2 x$, y de esta manera se puede demostrar la identidad:*

$$\cos^2 x = \cos^2 x$$

6.

Csc x – Cot x . Cos x = Sen X

Solución:

- *Como se puede observar, el miembro más complejo es el que está a la izquierda, así que comenzaremos por éste y nuestro objetivo será llegar al término de la derecha. Lo primero que se hará será expresar la cscx y la cotx en términos de seno y coseno.*

$$cscx - cotx.cosx = senx$$

$$\frac{1}{senx} - \frac{cosx}{senx} . \frac{cosx}{1} = senx \rightarrow$$

- *En segundo lugar efectuaremos la multiplicación y posteriormente se realizará la resta:*

$$\frac{1}{senx} - \frac{cos^2x}{senx} = senx \rightarrow$$

- *Al observar el planteamiento de la resta, se puede observar que se trata de una resta de fracciones homogéneas, porque el denominador es el mismo, por tanto simplemente se efectúa la resta del numerador y se coloca el mismo denominador:*

$$\frac{1 - cos^2x}{senx} = senx \rightarrow$$

- *Recordando las identidades trigonométricas fundamentales, donde sen ^{2}x + cos ^{2}x = 1, despejando sen ^{2}x= 1 - cos ^{2}x, entonces despejaremos en la expresión:*

$$\frac{sen^2x}{senx} = senx \rightarrow \frac{\cancel{sen}^2x}{\cancel{senx}} = senx \rightarrow senx = senx$$

- *Finalmente se puede demostrar la identidad senx = senx*

7.

$$\frac{\boldsymbol{tan^2A+1}}{\boldsymbol{cot^2A+1}}=\boldsymbol{tan^2A}$$

Solución:

- *Como se puede observar, el miembro más complejo es el que está a la izquierda, así que comenzaremos por éste y nuestro objetivo será llegar al término de la derecha. Lo primero que se hará será expresar los términos de tangente y cotangente en términos de seno y coseno:*

$$\frac{tan^2A+1}{cot^2A+1}=tan^2A \rightarrow$$

$$\frac{\frac{sen^2A}{cos^2A}+\frac{1}{1}}{\frac{cos^2A}{sen^2A}+\frac{1}{1}}=tan^2A \rightarrow$$

- *Se realizan las sumas tanto en el numerador como en el denominador:*

$$\frac{\frac{sen^2A+cos^2A}{cos^2A}}{\frac{cos^2A+sen^2A}{sen^2A}}=tan^2A \rightarrow$$

- *Aplicando las identidades trigonométricas fundamentales, se reemplaza en la expresión:*

$$\frac{\frac{1}{cos^2A}}{\frac{1}{sen^2A}}=tan^2A \rightarrow$$

- *Se aplica la "ley de la oreja", multiplicando extremos sobre medios:*

$$\frac{sen^2A}{cos^2A} = tan^2A \rightarrow$$

Finalmente, debemos tener en cuenta que $\frac{sen^2A}{cos^2A}$ *es lo mismo que* tan^2A*, así que al reemplazar se demuestra la identidad.*

$tan^2A = tan^2A$

8.

$$\boldsymbol{\frac{senx + cosx}{tan^2x - 1} = \frac{cos^2x}{senx - cosx}}$$

Solución:

- *En este caso ambos lados están un poco complejos, así que optaremos por trabajar de manera simultánea a ambos lados. Lo primero que haremos será aplicar proporcionalidad, multiplicando extremos y medios:*

$$\frac{senx + cosx}{tan^2x - 1} = \frac{cos^2x}{senx - cosx} \rightarrow \quad \frac{senx+cosx}{tan^2x-1} = \frac{cos^2x}{senx-cosx}$$

$$(senx + cosx).(senx - cosx) = cos^2x\,.(tan^2x - 1) \rightarrow$$

- *Aplicando productos notables (producto de la suma por la diferencia) al lado izquierdo, la expresión queda de la siguiente manera:*

$$sen^2x - cos^2x = cos^2x\,.(tan^2x - 1) \rightarrow$$

- *Como cos ^{2}x está multiplicando la expresión (tan ^{2}x – 1), entonces pasa a dividir, en este caso se divide a ambos lados por cos ^{2}x:*

$$\frac{sen^2x}{cos^2x} - \frac{cos^2x}{cos^2x} = \frac{cos^2x}{cos^2x}\,(tan^2x - 1) \rightarrow$$

- *Se simplifican las expresiones:*

$$\frac{sen^2x}{cos^2x} - 1 = 1.(tan^2x - 1) \rightarrow$$

- *Aplicando las identidades trigonométricas fundamentales se obtiene:*

$$tan^2x - 1 = tan^2x - 1$$

De esta manera queda demostrada la identidad

9.

$$\sqrt{\frac{\mathbf{1 + cos\alpha}}{\mathbf{1 - cos\alpha}}} = \mathbf{csc\alpha + cot\alpha}$$

Solución:

- *Como se puede observar, el miembro más complejo es el que está a la izquierda, así que comenzaremos por éste y nuestro objetivo será llegar al término de la derecha. Lo que haremos será repartir la raíz cuadrada tanto para el numerador, como para el denominador:*

$$\frac{\sqrt{1 + cos\alpha}}{\sqrt{1 - cos\alpha}} = csc\alpha + cot\alpha \rightarrow$$

✓ *En este caso, en el numerador y denominador hay un término en raíz, por tanto procederemos a racionalizar dicha expresión. En este caso no se racionalizará con el denominador, ya que no permite obtener la identidad requerida. Para este ejercicio, racionalizaremos con base en el numerador, para ello multiplicamos tanto numerador como denominador por la expresión* $\sqrt{1+cos\alpha}$ *:*

$$\frac{\sqrt{1+cos\alpha}}{\sqrt{1-cos\alpha}} . \frac{\sqrt{1+cos\alpha}}{\sqrt{1+cos\alpha}} = csc\alpha + cot\alpha \rightarrow$$

✓ *Se efectúa la multiplicación de las fracciones, numerador por numerador y denominador por denominador. En el caso de los denominadores, se hace uso del producto notable (producto de la suma por la diferencia de dos cantidades):*

$$\frac{\sqrt{(1+cos\alpha)^2}}{\sqrt{1-cos^2\alpha}} = csc\alpha + cot\alpha \rightarrow$$

✓ *En el numerador se saca raíz cuadrada a la expresión y en el denominador se reemplaza la expresión, haciendo uso de la identidad trigonométrica:*

$$\frac{1+cos\alpha}{\sqrt{sen^2\alpha}} = csc\alpha + cot\alpha \rightarrow$$

✓ *Se le saca raíz cuadrada al denominador:*

$$\frac{1+cos\alpha}{sen\alpha} = csc\alpha + cot\alpha \rightarrow$$

✓ *Se divide ambos términos del numerador por* $sen\alpha$ *y así se demuestra la identidad:*

$$\frac{1}{sen\alpha} + \frac{cos\alpha}{sen\alpha} = csc\alpha + cot\alpha \rightarrow$$

$$csc\alpha + cot\alpha = csc\alpha + cot\alpha$$

10.

$$\boldsymbol{secx^4 - tanx^4 = \frac{1 + sen^2x}{cos^2x}}$$

Solución:

- *En este caso debemos simplificar en lo posible la expresión, buscando transformar el miembro de la izquierda en el de la derecha, para ello empezaremos factorizando la expresión, haciendo uso del caso diferencia de cuadrados:*

$$(sec^2x - tan^2x).(sec^2x + tan^2x) = \frac{1+sen^2x}{cos^2x}$$

- *Haciendo uso de las identidades trigonométricas fundamentales, reemplazamos secx ^{2} por 1 + tan ^{2}x en el primer paréntesis:*

$$(1 + tan^2x - tan^2x).(sec^2x + tan^2x) = \frac{1+sen^2x}{cos^2x}$$

- *Se realiza reducción de términos semejantes en el primer paréntesis:*

$$1\,.(sec^2x + tan^2x) = \frac{1+sen^2x}{cos^2x} \rightarrow (sec^2x + tan^2x) = \frac{1+sen^2x}{cos^2x}$$

- *Se reemplaza los términos de secante y tangente en función de seno y coseno:*

$$(sec^2x + tan^2x) = \frac{1+sen^2x}{cos^2x} \rightarrow$$

$$\frac{1}{cos^2x} + \frac{sen^2x}{cos^2x} = \frac{1 + sen^2x}{cos^2x}$$

Se efectúa la suma de fracciones al lado izquierdo y así se demuestra la identidad:

$$\frac{1 + sen^2x}{cos^2x} = \frac{1 + sen^2x}{cos^2x}$$

11.

$$\frac{\mathbf{1+senx}}{\mathbf{cosx}}+\frac{\mathbf{cosx}}{\mathbf{1+senx}}=\mathbf{2secx}$$

Solución:

- *Como se puede observar, el miembro más complejo es el que está a la izquierda, así que comenzaremos por éste y nuestro objetivo será llegar al término de la derecha. Inicialmente realizaremos la suma de fracciones heterogéneas:*

$$\frac{(1+senx).(1+senx)+(cosx).(cosx)}{cosx\,(1+senx)}=2secx \rightarrow$$

$$\frac{(1+senx)^2+cos^2x}{cosx(1+senx)}=2secx$$

- *En el primer término del numerador se observa un producto notable (cuadrado de la suma de dos cantidades), entonces procedemos a resolverlo:*

$$\frac{1+2senx+sen^2x+cos^2x}{cosx(1+senx)}=2secx$$

- *En el numerador nos queda los términos sen^2x+cos^2x, que es lo mismo que 1, entonces reemplazamos estos valores:*

$$\frac{1+2senx+1}{cosx(1+senx)}=2\,secx$$

- *Se realiza la reducción de términos en el numerador:*

$$\frac{2+2senx}{cosx(1+senx)}=2\,secx$$

- *Factorizamos el numerador, aplicando factor común:*

$$\frac{2\ (1+senx)}{cosx\ (1+senx)} = 2\ secx$$

- *Se cancelan los términos semejantes del numerador y denominador, demostrando de esta manera la identidad:*

$$\frac{2\ \cancel{(1+senx)}}{cosx\ \cancel{(1+senx)}} = 2\ secx$$

$$\frac{2}{cosx} = 2secx\ \rightarrow 2.\frac{1}{cosx} = 2secx\ \rightarrow 2secx = 2secx$$

12.

$$\frac{\cot\theta}{1-\tan\theta} + \frac{\tan\theta}{1-\cot\theta} = 1 + \tan\theta + \cot\theta$$

Solución:

- *Como se puede observar, el miembro más complejo es el que está a la izquierda, así que comenzaremos por éste y nuestro objetivo será llegar al término de la derecha. Lo primero que se hará será expresar los términos de tangente y cotangente en términos de seno y coseno.*

$$\frac{\frac{cos\theta}{sen\theta}}{1-\frac{sen\theta}{cos\theta}} + \frac{\frac{sen\theta}{cos\theta}}{1-\frac{cos\theta}{sen\theta}} = 1 + tan\theta + cot\theta\ \rightarrow$$

- *En segundo lugar realizaremos las restas que se plantean en los denominadores, para una comprensión más fácil se puede agregar un 1 en el denominador de la primera expresión.*

$$\frac{\frac{cos\theta}{sen\theta}}{\frac{1}{1}-\frac{sen\theta}{cos\theta}}+\frac{\frac{sen\theta}{cos\theta}}{\frac{1}{1}-\frac{cos\theta}{sen\theta}}=1+tan\theta+cot\theta \rightarrow$$

$$\frac{\frac{cos\theta}{sen\theta}}{\frac{cos\theta-sen\theta}{cos\theta}}+\frac{\frac{sen\theta}{cos\theta}}{\frac{sen-cos\theta}{sen\theta}}=1+tan\theta+cot\theta \rightarrow$$

- ✓ *Ahora aplicaremos la denominada “ley de la oreja”, multiplicando extremos sobre producto de medios:*

$$\frac{cos\theta(cos\theta)}{sen\theta(cos\theta-sen\theta)}+\frac{sen\theta(sen\theta)}{cos\theta(sen\theta-cos\theta)}=1+tan\theta+cot\theta \rightarrow$$

Notemos que en el denominador tenemos dos expresiones «parecidas» pero no iguales. Estas son:

$(\cos\theta-sen\theta)$ y $(sen\theta-\cos\theta)$

- ✓ *Para que la suma de las fracciones sea más sencilla, debemos convertir las expresiones dentro del paréntesis en fracciones equivalentes.*

Si observamos bien, lo único diferente son los signos, así que multiplicaremos a una de ellas por (-1) y cambiaremos el orden de los términos, así:

Segundo paréntesis

$$(sen\theta-\cos\theta)=-(\cos\theta-sen\theta)$$

Queda igual que el primero

En la expresión, quedará:

$$\frac{\cos^2\theta}{sen\theta(\cos\theta-sen\theta)}+\frac{sen^2\theta}{[-\cos\theta(\cos\theta-sen\theta)]}=1+\tan\theta+\cot\theta$$

Nótese que el signo menos lo anteponemos al $cos\theta$, pues si lo ponemos después, parecerá una resta.

De este modo hemos obtenido dos paréntesis idénticos en el denominador.

- ✓ *Antes de realizar operaciones con las fracciones aplicamos la «**Ley de los signos**».*

$$\frac{\cos^2\theta}{sen\theta(\cos\theta - sen\theta)} + \frac{sen^2\theta}{[-\cos\theta(\cos\theta - sen\theta)]} = 1 + \tan\theta + \cot\theta \rightarrow$$

$$\frac{\cos^2\theta}{sen\theta(\cos\theta - sen\theta)} - \frac{sen^2\theta}{cos\theta(\cos\theta - sen\theta)} = 1 + \tan\theta + \cot\theta \rightarrow$$

- ✓ *Ahora realizaremos la resta de fracciones, recordando el procedimiento para restar fracciones algebraicas, en el cual es necesario hallar el M.C.M.*

En este caso, el M.C.M es igual a $\boldsymbol{sen\theta cos\theta(cos\theta - sen\theta)}$*, el cual se divide por cada uno de los denominadores de la expresión y su resultado se multiplica por el respectivo numerador.*

$$\frac{cos\theta(cos^2\theta) - sen\theta(sen^2\theta)}{sen\theta.cos\theta(cos\theta - sen\theta)} = 1 + tan\theta + cot\theta \rightarrow$$

$$\frac{cos^3\theta - sen^3\theta}{sen\theta.cos\theta\,(cos\theta - sen\theta)} = 1 + tan\theta + cot\theta \rightarrow$$

- ✓ *En el numerador ha quedado una expresión factorizable como una diferencia de cubos:*

$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$*, aplicándola a la expresión del numerador, ésta queda de la siguiente manera:*

$$\cos^3\theta - sen^3\theta = (\cos\theta - sen\theta)(\cos^2\theta + \cos\theta sen\theta + sen^2\theta)$$

- ✓ *Reemplazando en la expresión:*

$$\frac{(\cos\theta - sen\theta)(\cos^2\theta + \cos\theta sen\theta + sen^2\theta)}{sen\theta.\cos\theta(\cos\theta - sen\theta)} = 1 + \tan\theta + \cot\theta$$

- ✓ *Se simplifican los términos semejantes:*

$$\frac{\cancel{(\cos\theta - sen\theta)}(\cos^2\theta + \cos\theta sen\theta + sen^2\theta)}{sen\theta.\cos\theta\cancel{(\cos\theta - sen\theta)}} = 1 + \tan\theta + \cot\theta$$

$$\frac{\cos^2\theta + \cos\theta sen\theta + sen^2\theta}{sen\theta\cos\theta} = 1 + \tan\theta + \cot\theta$$

✓ *Para cada expresión del numerador, se distribuye el denominador así:*

$$\frac{\cos^2\theta}{sen\theta\cos\theta} + \frac{\cos\theta sen\theta}{sen\theta\cos\theta} + \frac{sen^2\theta}{sen\theta\cos\theta} = 1 + tan\theta + cot\theta \rightarrow$$

✓ *Se simplifican los términos semejantes:*

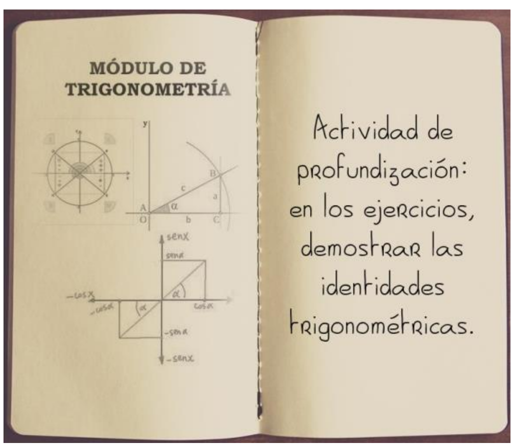
$$\frac{\cos^{\cancel{2}}\cancel{\theta}}{sen\theta\cancel{\cos\theta}} + \frac{\cancel{\cos\theta sen\theta}}{\cancel{sen\theta\cos\theta}} + \frac{sen^{\cancel{2}}\cancel{\theta}}{\cancel{sen\theta}\cos\theta} = 1 + \tan\theta + \cot\theta$$

$$\frac{cos\theta}{sen\theta} + 1 + \frac{sen\theta}{cos\theta} = 1 + tan\theta + cot\theta \rightarrow$$

$$cot\theta + 1 + tan\theta = 1 + tan\theta + cot\theta$$

✓ *Finalmente se ordenan los términos y así se puede verificar la identidad:*

$$1 + tan\theta + cot\theta = 1 + tan\theta + cot\theta$$



ACTIVIDAD DE PROFUNDIZACIÓN

En los siguientes ejercicios demostrar las identidades trigonométricas:

1. $cos^2A - sen^2A = 2cos^2A - 1$

2. $cos^2A - sen^2A = 1 - 2sen^2A$

3. $2cos^2A - 1 = 1 - 2sen^2A$

4. $\frac{cscx}{tanx+cotx} = cosx$

5. $tanx + cotx = \frac{1}{senx\,.cosx}$

6. $tan\theta + cot\theta = sec\theta.\,csc\theta$

7. *Secx (1 - sen* ^{2}*x) = cosx*

8. $sen\theta + cos\theta = \frac{csc\theta + sec\theta}{csc\theta\,.\,sec\theta}$

9. $\frac{senx+cosx}{tan^2x-1} = \frac{cos^2x}{senx-cosx}$

10. $\frac{senx}{senx+tanx} = \frac{cosx}{1+cosx}$

11. $\frac{tan^2\alpha}{1+tan^2\alpha} = sen^2\alpha$

12. $cos\theta = \frac{tan\theta\,(csc^2\theta-1)}{sen\theta+cot\theta.cos\theta}$