

Capítulo 6: Ecuaciones Trigonométricas

Definición:

Una ecuación trigonométrica es una relación de igualdad que contiene expresiones trigonométricas. Esta ecuación sólo es válida para determinado valor de ángulos.

En una ecuación trigonométrica la incógnita es el ángulo y por tanto, resolver una ecuación de este tipo es hallar el valor o los valores (si existen) del ángulo para los cuales se satisface la ecuación. Resolver una ecuación trigonométrica consiste en encontrar los ángulos que hacen verdadera la igualdad.

No puede especificarse un método general que permita resolver cualquier ecuación trigonométrica; sin embargo, un procedimiento efectivo para solucionar un gran número de éstas consiste en transformar, usando principalmente las identidades trigonométricas, todas las funciones que aparecen allí en una sola función es recomendable pasarlas todas a términos de seno y coseno. Una vez expresada la ecuación en términos de una sola función trigonométrica, se aplican los pasos usuales en la solución de ecuaciones algebraicas para despejar la función: por último, se resuelve la parte trigonométrica, es decir, conociendo el valor de la función trigonométrica de un ángulo hay que pasar a determinar cuál es ese ángulo.

Como las funciones trigonométricas repiten su valor y signo en dos de los cuadrantes, hay que tener presente que siempre habrá por lo menos dos ángulos distintos en la solución.

Clasificación de ecuaciones trigonométricas:

$$\text{Lineales} \longrightarrow 2 \cos(\alpha) + \sqrt{3} = 0$$

$$\text{Cuadráticas} \longrightarrow \tan^2(\alpha) - 2 = \tan(\alpha)$$

$$\text{Con Identidades Fundam.} \longrightarrow 2 \tan^2(\alpha) + \sec^2(\alpha) = 2$$

$$\text{Con ángulos dobles y medios} \longrightarrow 1 + \cos(\alpha) + \cos(2\alpha) = 0$$

$$\text{Con func trig inversas} \longrightarrow 3 \operatorname{sen}^{-1}(\alpha) = \frac{\pi}{2}$$

Tabla de valores de las funciones trigonométricas:

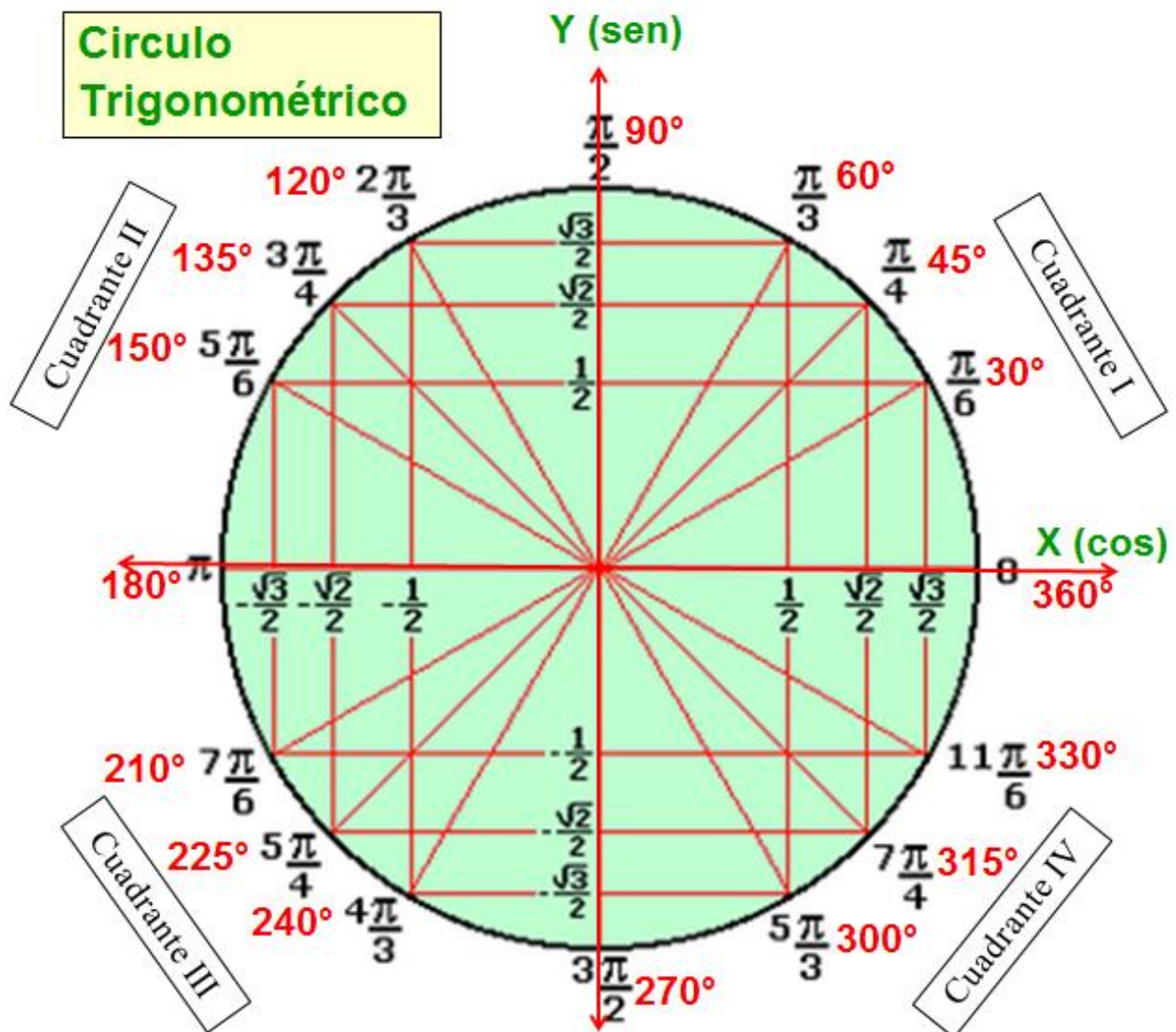
	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan \theta$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	ind	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

Tabla de signos de las funciones trigonométricas:

Cuadrante Razones	I	II	III	IV
Seno	+	+	-	-
Coseno	+	-	-	+
Tangente	+	-	+	-
Cotangente	+	-	+	-
Secante	+	-	-	+
Cosecante	+	+	-	-

Círculo goniométrico, trigonométrico o unitario:

Es una circunferencia de radio uno, normalmente con su centro en el origen (0,0) de un sistema de coordenadas, de un plano euclídeo o complejo. Dicha circunferencia se utiliza con el fin de estudiar fácilmente las razones trigonométricas, dado que permite apreciar las variaciones del seno, coseno y tangente, a medida que se cambia el ángulo.



EJEMPLOS:

1. Solución de una ecuación trigonométrica lineal:

$$2 \cos(\alpha) + \sqrt{3} = 0$$

Solución:

✓ Primero despejaremos la expresión $2\cos(\alpha)$

$$2\cos(\alpha) = 0 - \sqrt{3}$$

$$2\cos(\alpha) = -\sqrt{3}$$

✓ Ahora el número 2 que está multiplicando a $\cos(\alpha)$ lo pasamos a dividir:

$$\cos(\alpha) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

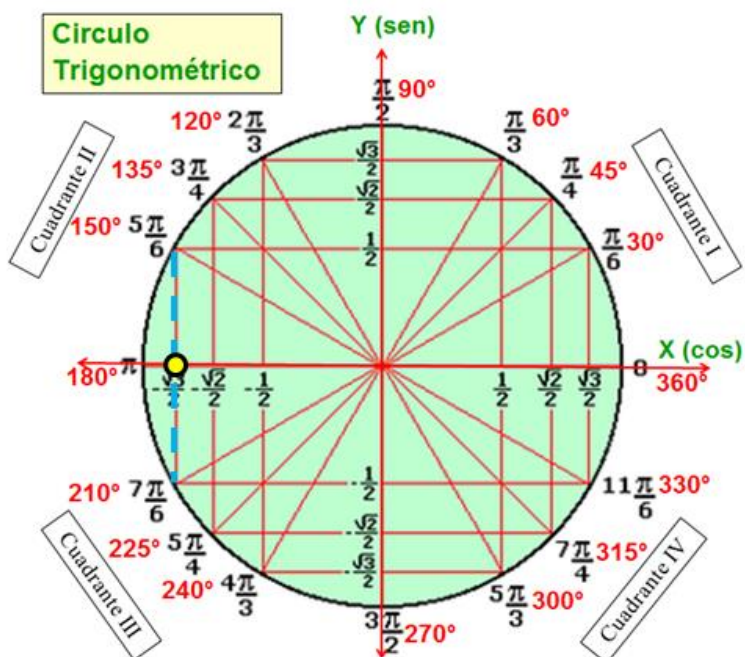
✓ Cuando se ha resuelto la ecuación, se procede a calcular el ángulo, haciendo uso de la función inversa.

$$\alpha = (\cos)^{-1} \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

De esta manera podemos determinar que este valor corresponde a un ángulo de 150° , el cual está ubicado en el segundo cuadrante.

✓ Teniendo en cuenta que las ecuaciones trigonométricas tienen solución en dos cuadrantes, entonces procedemos a calcular el otro ángulo que satisface la función, haciendo uso del círculo unitario, para esto se localiza la función coseno, que corresponde al eje X, después que se ubique el valor de la función $\left(\frac{-\sqrt{3}}{2}\right)$ se prolonga una línea hacia el eje Y, para obtener así los valores de los ángulos (150° y 210°).

De esta manera se puede establecer que la respuesta a la ecuación trigonométrica corresponde a los ángulos 150° ($5\pi/6$) y 210° ($7\pi/6$), ubicados en los cuadrantes II y III.



2. Solución de una ecuación trigonométrica lineal:

$$2\text{sen}\theta - 1 = 0$$

Solución:

✓ Primero despejaremos la expresión $2\text{sen}\theta$, para hacerlo pasamos al otro lado del igual, el 1 que está negativo a positivo.

$$2\text{sen}\theta = 0 + 1$$

$$2\text{sen}\theta = 1$$

✓ El número 2 que acompaña a $\text{sen}\theta$, lo pasamos a dividir:

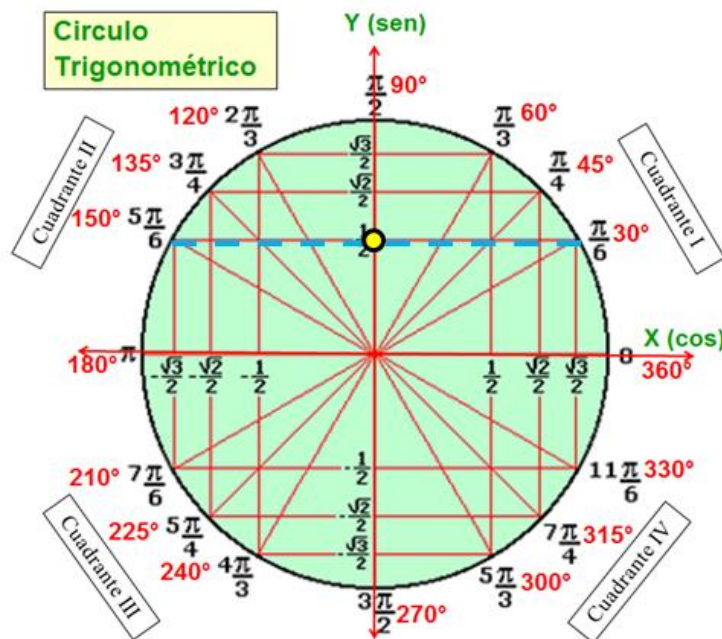
$$\text{Sen}\theta = \frac{1}{2}$$

✓ Cuando se ha resuelto la ecuación, se procede a calcular el ángulo, haciendo uso de la función inversa.

$$\theta = \text{sen}^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 30^\circ$$

De esta manera se puede establecer que el ángulo solución es 30° y que está ubicado en el primer cuadrante.

- ✓ Para calcular el segundo ángulo, haremos uso del círculo trigonométrico, ubicando el valor de $\frac{1}{2}$ en el eje Y, prolongando la línea por el eje X.



Se puede establecer que el segundo ángulo corresponde a 150° y que está ubicado en el segundo cuadrante, de esta manera la respuesta a la ecuación trigonométrica es:

30° ($\pi/6$), en el primer cuadrante.

150° ($5\pi/6$), en el segundo cuadrante.

3. Solución de una ecuación trigonométrica lineal:

$$\cos x - \frac{1}{2} = 0$$

Solución:

- ✓ Primero despejaremos la expresión $\cos X$, para hacerlo pasamos al otro lado del igual, el valor $-\frac{1}{2}$, que está negativo a positivo.

$$\cos x = 0 + \frac{1}{2}$$

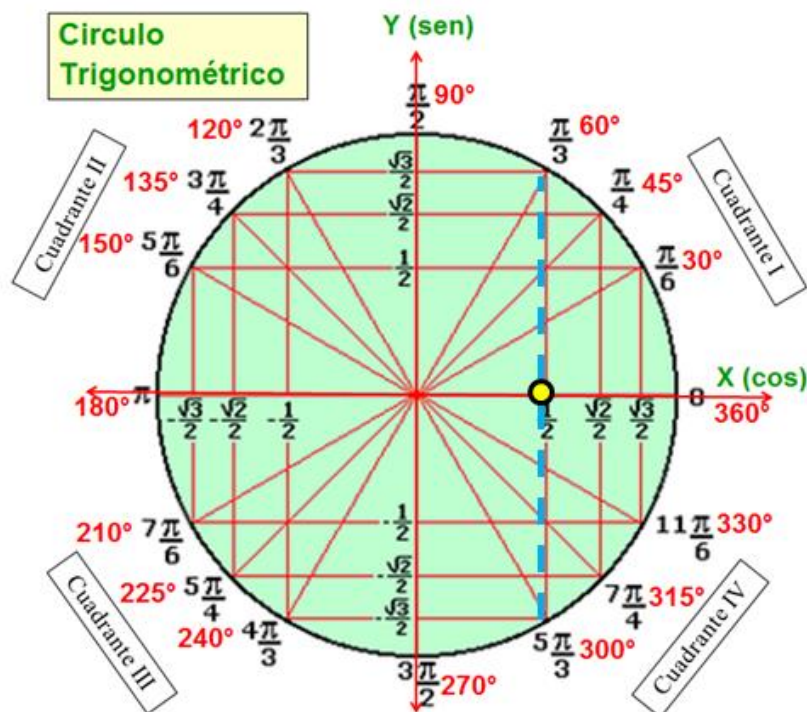
$$\cos x = \frac{1}{2}$$

- ✓ Cuando se ha resuelto la ecuación, se procede a calcular el ángulo, haciendo uso de la función inversa.

$$x = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 60^\circ$$

De esta manera se puede establecer que el ángulo solución es 60° y que está ubicado en el primer cuadrante.

- ✓ Para calcular el segundo ángulo, haremos uso del círculo trigonométrico, ubicando el valor de $\frac{1}{2}$ en el eje X (que es el correspondiente al coseno), prolongando la línea por el eje Y.



Se puede establecer que el segundo ángulo corresponde a 300° y que está ubicado en el cuarto cuadrante, de esta manera la respuesta a la ecuación trigonométrica es:

60° ($\pi/3$), en el primer cuadrante.

300° ($5\pi/3$), en el cuarto cuadrante.

4. Solución de una ecuación trigonométrica lineal:

$$2\text{sen}x = 1$$

Solución:

- ✓ Primero despejaremos la expresión $\text{sen}x$, para hacerlo pasamos al otro lado del igual, el número 2 que está multiplicando y lo pasamos a dividir.

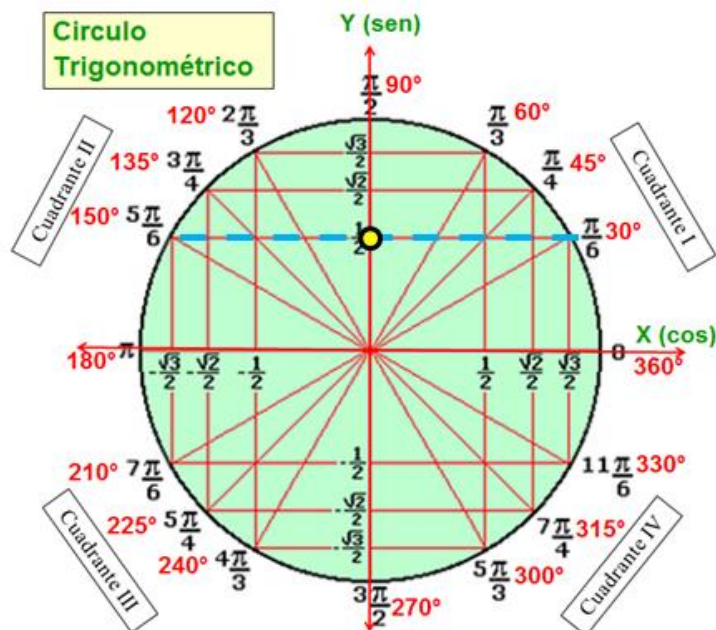
$$\text{sen}x = \frac{1}{2}$$

- ✓ Cuando se ha resuelto la ecuación, se procede a calcular el ángulo, haciendo uso de la función inversa.

$$x = \text{sen}^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 30^\circ$$

De esta manera se puede establecer que el ángulo solución es 30° y que está ubicado en el primer cuadrante.

- ✓ Para calcular el segundo ángulo, haremos uso del círculo trigonométrico, ubicando el valor de $\frac{1}{2}$ en el eje Y (que es el correspondiente al seno), prolongando la línea por el eje X.



Se puede establecer que el segundo ángulo corresponde a 150° y que está ubicado en el segundo cuadrante, de esta manera la respuesta a la ecuación trigonométrica es:

30° ($\pi/6$), en el primer cuadrante.

150° ($5\pi/6$), en el segundo cuadrante.

5. Solución de una ecuación trigonométrica lineal:

$$2\cos x - \sqrt{3} = 0$$

Solución:

- ✓ *Primero despejaremos la expresión $2\cos x$, para hacerlo pasamos al otro lado del igual, la expresión $\sqrt{3}$, la cual pasará sumando.*

$$2\cos x = 0 + \sqrt{3}$$

$$2\cos x = \sqrt{3}$$

- ✓ *Ahora procedemos a despejar $\cos x$, pasando al otro lado del igual, el número 2 que está multiplicando, entonces pasará a dividir.*

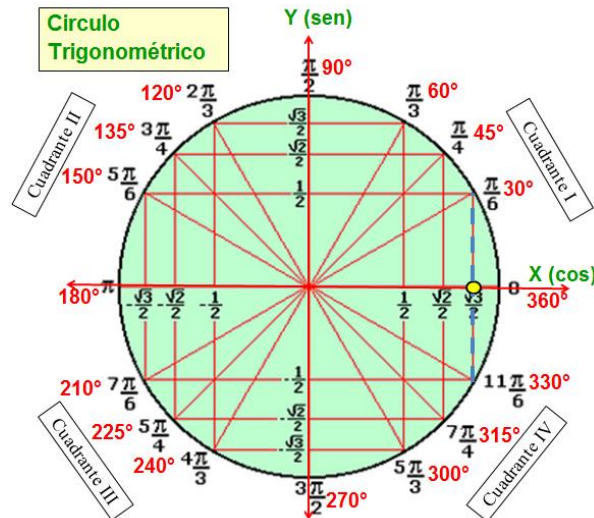
$$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

- ✓ *Cuando se ha resuelto la ecuación, se procede a calcular el ángulo, haciendo uso de la función inversa.*

$$x = \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 30^\circ$$

De esta manera se puede establecer que el ángulo solución es 30° y que está ubicado en el primer cuadrante.

- ✓ *Para calcular el segundo ángulo, haremos uso del círculo trigonométrico, ubicando el valor de $\frac{\sqrt{3}}{2}$ en el eje X (que es el correspondiente al coseno), prolongando la línea por el eje Y.*



Se puede establecer que el segundo ángulo corresponde a 330° y que está ubicado en el cuarto cuadrante, de esta manera la respuesta a la ecuación trigonométrica es:

$30^\circ (\pi/6)$, en el segundo cuadrante.

$330^\circ (11\pi/6)$, en el segundo cuadrante.

6. Solución de una ecuación trigonométrica lineal:

$$\frac{1}{3 + \cos x} = \frac{1}{4 - \cos x}$$

Solución:

✓ Para dar solución a esta ecuación, emplearemos proporcionalidad, multiplicando extremos por medios.

$$\frac{1}{3 + \cos x} = \frac{1}{4 - \cos x}$$

De la siguiente manera queda planteada la ecuación:

$$1. (4 - \cos x) = 1. (3 + \cos x)$$

$$4 - \cos x = 3 + \cos x$$

- ✓ Para la solución se debe colocar las variables con $\cos x$ a un mismo lado y al otro lado se colocan los números, recordando que la variable que cambia de lado también cambia de signo.

$$4 - 3 = \cos x + \cos x$$

$$1 = 2 \cos x$$

- ✓ Finalmente, se despeja $\cos x$

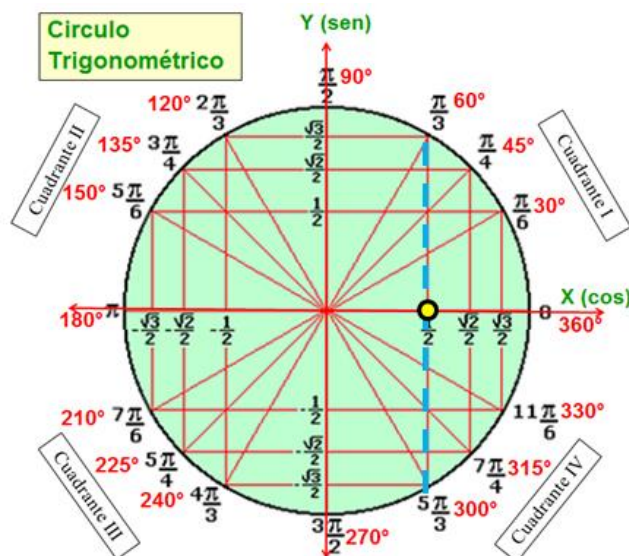
$$\cos x = \frac{1}{2}$$

- ✓ Cuando se ha resuelto la ecuación, se procede a calcular el ángulo, haciendo uso de la función inversa.

$$x = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 60^\circ$$

De esta manera se puede establecer que el ángulo solución es 60° y que está ubicado en el primer cuadrante.

- ✓ Para calcular el segundo ángulo, haremos uso del círculo trigonométrico, ubicando el valor de $\frac{1}{2}$ en el eje X (que es el correspondiente al coseno), prolongando la línea por el eje Y.



Se puede establecer que el segundo ángulo corresponde a 300° y que está ubicado en el cuarto cuadrante, de esta manera la respuesta a la ecuación trigonométrica es:

$60^\circ (\pi/3)$, en el segundo cuadrante.

$300^\circ (5\pi/3)$, en el segundo cuadrante.

7. Solución de una ecuación trigonométrica cuadrática y con identidades:

$$1 - \text{sen}^2\alpha + 2 \text{cosa} = 3$$

Solución:

- ✓ Para dar solución a esta ecuación, lo primero que se debe hacer es colocar todas las variables en los mismos términos, para esto se procede a expresar la identidad $1 - \text{sen}^2\alpha$, en términos de $\text{cos}^2\alpha$

$$\overleftrightarrow{1 - \text{sen}^2\alpha} + 2 \text{cosa} = 3$$

$$1 - \text{sen}^2\alpha = \text{cos}^2\alpha$$

- ✓ Reemplazando la identidad se tiene:

$$\text{cos}^2\alpha + 2\text{cosa} = 3$$

- ✓ Ahora, se procede a colocar todas las variables en un mismo lado y se iguala a 0, para esto es necesario trasladar el número 3, que está positivo y se cambia a negativo:

$$\text{cos}^2\alpha + 2\text{cosa} - 3 = 0$$

- ✓ Después de tener planteada la expresión, se procede a factorizar, en este caso se hará uso del caso de factorización trinomio de la forma $x^2 + bx + c$:

$$(\cos\alpha + 3)(\cos\alpha - 1) = 0$$

✓ Para calcular los valores de los ángulos solución a la ecuación propuesta, se procede a analizar cada expresión obtenida en los paréntesis, igualada a cero.

$$\cos\alpha + 3 = 0$$

$$\cos\alpha = 0 - 3$$

$$\cos\alpha = -3$$

$\alpha = \cos^{-1}(-3) =$ No existe, porque el rango del coseno está entre 1 y -1.

$$\cos\alpha - 1 = 0$$

$$\cos\alpha = 0 + 1$$

$$\cos\alpha = 1$$

$$\alpha = \cos^{-1}(1) = 0$$

Para calcular el segundo ángulo, haremos uso del círculo trigonométrico, ubicando el valor de 1 en el eje X, (que es el correspondiente al coseno). En este caso se observa que no hay línea que se prolongue. Por tanto el segundo ángulo solución corresponde a 360° .

8. Solución de una ecuación trigonométrica cuadrática y con identidades:

$$\cos x + \sec x = \frac{5}{2}$$

Solución:

✓ Para dar solución a esta ecuación, lo primero que se debe hacer es colocar todas las variables en los mismos términos, para esto se procede a expresar la identidad $\sec x$, en términos de $\cos x$:

$$\cos x + \sec x = \frac{5}{2}$$

$$\cos x + \frac{1}{\cos x} = \frac{5}{2}$$

✓ Se efectúa la suma de las expresiones del lado izquierdo:

$$\frac{\cos x}{1} + \frac{1}{\cos x} = \frac{5}{2} \rightarrow \frac{\cos^2 x + 1}{\cos x} = \frac{5}{2}$$

✓ Después de tener resuelta la suma al lado izquierdo, se procede a efectuar multiplicación de expresiones aplicando producto de extremos por medios:

$$2. (\cos^2 x + 1) = 5.(\cos x)$$

$$2\cos^2 x + 2 = 5\cos x$$

✓ Resueltas las multiplicaciones, se procede a igualar todas las expresiones a cero, para esto se cambia de lado $5\cos x$, pasando esta cantidad con valor negativo.

$$2\cos^2 x + 2 - 5\cos x = 0$$

Se ordenan las expresiones:

$$2\cos^2 x - 5\cos x + 2 = 0$$

✓ Para resolver la ecuación se hará uso de la fórmula general de la ecuación cuadrática, aplicándola al concepto de coseno:

$$\cos x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

✓ Para resolver la ecuación se asignan los valores a cada variable que contiene la fórmula general:

$$\underline{2}\cos^2 x - \underline{5}\cos x + \underline{2} = 0$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ a=2 & b=-5 & c=2 \end{array}$$

Se reemplazan estos valores en la fórmula general y se resuelve:

$$\cos x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\cos x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(2)(2)}}{2(2)}$$

$$\cos x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{4} \rightarrow \cos x = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{4} \rightarrow \cos x = \frac{5 \pm 3}{4}$$

✓ Finalmente para resolver la ecuación, se halla el valor de x cuando el signo es positivo y el valor de x cuando el signo es negativo. Estos valores nos permiten conocer el valor del ángulo solución de la ecuación:

$$\cos x = \frac{5 + 3}{4} \rightarrow \cos x = \frac{8}{4} \rightarrow \cos x = 2$$

En este caso, no es posible la solución de la ecuación, porque no hay ningún ángulo cuyo coseno sea igual a 2, dado que los valores del coseno oscilan entre -1 y 1.

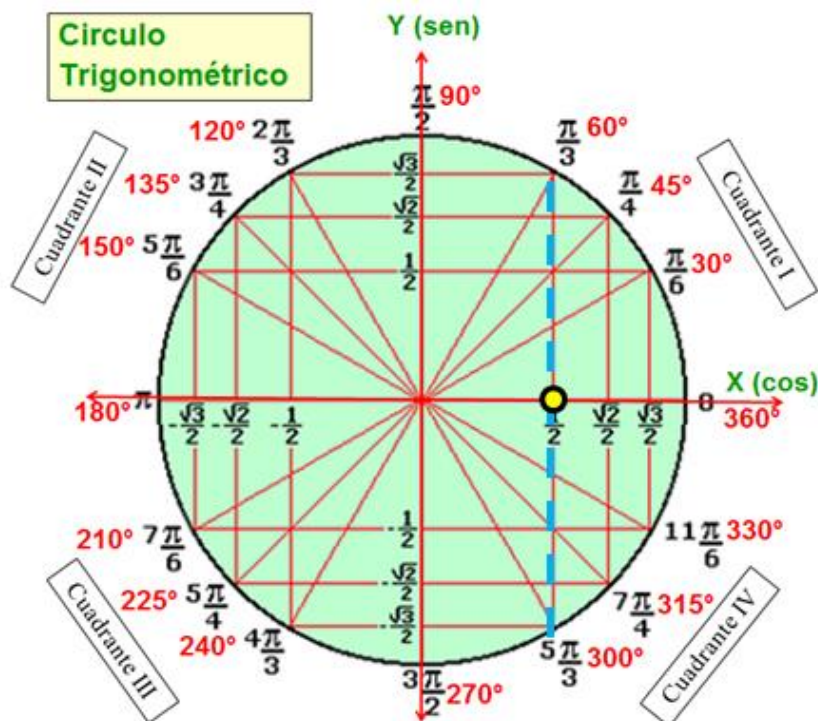
$$\cos x = \frac{5 - 3}{4} \rightarrow \cos x = \frac{2}{4} \rightarrow \cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 60^\circ$$

✓ Haciendo uso del círculo trigonométrico se puede establecer que los ángulos solución de esta ecuación son:

$60^\circ (\pi/3)$, en el segundo cuadrante.

$300^\circ (5\pi/3)$, en el cuarto cuadrante.



9. Solución de una ecuación trigonométrica cuadrática y con identidades:

$$\mathbf{Sec^2 x - 4tanx = 0}$$

Solución:

- ✓ Para dar solución a esta ecuación, lo primero que se debe hacer es colocar todas las variables en los mismos términos, para esto se procede a expresar la identidad $\sec^2 x$, en términos de $\tan^2 x + 1$:

$$\mathbf{Sec^2 x - 4tanx = 0}$$

$$\mathbf{(\tan^2 x + 1) - 4tanx = 0}$$

- ✓ Una vez expresada la $\sec^2 x$ como $\tan^2 x + a$, se procede a ordenar y a igualar todas las expresiones a cero:

$$\tan^2 x - 4\tan x + 1 = 0$$

- ✓ Para resolver la ecuación se hará uso de la fórmula general de la ecuación cuadrática, aplicándola al concepto de tangente:

$$\text{Tan}x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- ✓ Para resolver la ecuación se asignan los valores a cada variable que contiene la fórmula general:

$$\begin{array}{ccc} \underline{\text{tan}^2 x} - \underline{4\text{tan}x} + \underline{1} = 0 \\ \downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\ \text{a} = 1 \quad \quad \text{b} = -4 \quad \quad \text{c} = 1 \end{array}$$

Se reemplazan estos valores en la fórmula general y se resuelve:

$$\text{Tan}x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\text{Tan}x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)}$$

$$\text{Tan}x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4}}{2} \rightarrow \text{Tan}x = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2} \rightarrow \text{Tan}x = \frac{4 \pm \sqrt{2^2 \cdot 3}}{2} \rightarrow$$

$$\text{Tan}x = \frac{4 \pm 2\sqrt{3}}{2}$$

- ✓ Finalmente para resolver la ecuación, se halla el valor de x cuando el signo es positivo y el valor de x cuando el signo es negativo. Estos valores nos permiten conocer el valor del ángulo solución de la ecuación:

$$\text{Tan}x = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{2} \rightarrow$$

En esta expresión se puede factorizar el numerador, quedando expresada de la siguiente manera:

$$\text{Tan}x = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{2} \rightarrow \text{Tan}x = \frac{2(2 + \sqrt{3})}{2} \rightarrow \text{Tan}x = 2 + \sqrt{3}$$

$$x = \text{Tan}^{-1}(2 + \sqrt{3}) = 75^\circ$$

Ahora se procede a buscar el segundo ángulo, resolviendo la ecuación cuando el valor de x es negativo:

$$\text{Tan}x = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{2} \rightarrow$$

$$\text{Tan}x = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{2} \rightarrow \text{Tan}x = \frac{2(2 - \sqrt{3})}{2} \rightarrow \text{Tan}x = 2 - \sqrt{3}$$

$$x = \text{Tan}^{-1}(2 - \sqrt{3}) = 15^\circ$$

✓ De esta manera se puede establecer que los ángulos solución de esta ecuación son: 75° y 15° .

10. Solución de una ecuación trigonométrica cuadrática y con identidades:

$$\sqrt{3} \cdot (\tan x + \cot x) = 4$$

Solución:

✓ Para dar solución a esta ecuación, lo primero que se debe hacer es colocar todas las variables en los mismos términos, para esto se procede a expresar la identidad $\cot x$, en términos de $\tan x$:

$$\sqrt{3} \cdot (\tan x + \cot x) = 4$$

$$\sqrt{3} \cdot \left(\tan x + \frac{1}{\tan x} \right) = 4$$

✓ Se efectúa la suma de las expresiones que hay planteadas en el paréntesis:

$$\sqrt{3} \cdot \left(\tan x + \frac{1}{\tan x} \right) = 4 \rightarrow \sqrt{3} \cdot \left(\frac{\tan^2 x + 1}{\tan x} \right) = 4$$

✓ Para resolver la ecuación, se pasa la expresión $\tan x$ (que está dividiendo), se pasa a multiplicar el número 4 al otro lado del igual.

$$\sqrt{3} \cdot (\tan^2 x + 1) = 4 \cdot \tan x$$

Posteriormente se multiplica $\sqrt{3} \cdot (\tan^2 x + 1) \rightarrow$

$$\sqrt{3}\tan^2 x + \sqrt{3} = 4\tan x$$

✓ se procede a ordenar y a igualar todas las expresiones a cero:

$$\sqrt{3}\tan^2 x + \sqrt{3} - 4\tan x = 0 \rightarrow \sqrt{3}\tan^2 x - 4\tan x + \sqrt{3} = 0$$

✓ Para resolver la ecuación se hará uso de la fórmula general de la ecuación cuadrática, aplicándola al concepto de tangente:

$$\tan x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

✓ Para resolver la ecuación se asignan los valores a cada variable que contiene la fórmula general:

$$\begin{array}{ccc} \sqrt{3}\tan^2 x & - & 4\tan x & + & \sqrt{3} & = & 0 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ a = \sqrt{3} & & b = -4 & & c = \sqrt{3} & & \end{array}$$

Se reemplazan estos valores en la fórmula general y se resuelve:

$$\text{Tan}x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\text{Tan}x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4(\sqrt{3})(\sqrt{3})}}{2(\sqrt{3})}$$

$$\text{Tan}x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot \sqrt{9}}}{2\sqrt{3}} \rightarrow \text{Tan}x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 3}}{2\sqrt{3}} \rightarrow$$

$$\text{Tan}x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 12}}{2\sqrt{3}} \rightarrow \text{Tan}x = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2\sqrt{3}} \rightarrow \text{Tan}x = \frac{4 \pm 2}{2\sqrt{3}}$$

✓ Finalmente para resolver la ecuación, se halla el valor de x cuando el signo es positivo y el valor de x cuando el signo es negativo. Estos valores nos permiten conocer el valor del ángulo solución de la ecuación:

$$\text{Tan}x = \frac{4 + 2}{2\sqrt{3}} \rightarrow \text{Tan}x = \frac{6}{2\sqrt{3}} \rightarrow \text{Tan}x = \frac{3}{\sqrt{3}}$$

✓ En esta expresión se tiene un radical en el denominador, así que procedemos a racionalizar el denominador:

$$\text{Tan}x = \frac{3}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{3}}{3} = \sqrt{3}$$

$$x = \text{Tan}^{-1}(\sqrt{3}) = 60^\circ$$

Ahora se procede a buscar el segundo ángulo, resolviendo la ecuación cuando el valor de x es negativo:

$$\text{Tan}x = \frac{4 - 2}{2\sqrt{3}} \rightarrow \text{Tan}x = \frac{2}{2\sqrt{3}} \rightarrow \text{Tan}x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

✓ En esta expresión se tiene un radical en el denominador, así que procedemos a racionalizar el denominador:

$$\text{Tan}x = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$x = \text{Tan}^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = 30^\circ$$

✓ De esta manera se puede establecer que los ángulos solución de esta ecuación son: 60° y 30° .



ACTIVIDAD DE PROFUNDIZACIÓN

En los siguientes ejercicios resolver las ecuaciones trigonométricas:

1. $2\cos x = \sqrt{2}$

2. $\cos^2 x = \frac{1}{2}$

3. $\sec^2 x = 2\tan^2 x$

4. $3\cos^2 x = \sin^2 x$

5. $2\sin^2 x + \sin x - 1 = 0$

6. $2\cos^2 \theta - \cos \theta = 1$

$$7. 3 + 3\cos x = 2\sin^2 x$$

$$8. 2\cos x + \sqrt{3} = 0$$

$$9. \sin^2 x + \sin x = 2$$

$$10. (4\cos^2 x + 1) \cdot \tan^2 x = 6$$