RESOLUCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMA APLICANDO LOS TEOREMAS DEL SENO Y DEL COSENO – REFUERZO Y RECUPERACIÓN

Institución Educativa Eduardo Fernández Botero - Amalfi

ESTUDIANTE: ____ **GRUPO:** ____________

CONCEPTOS BÁSICOS

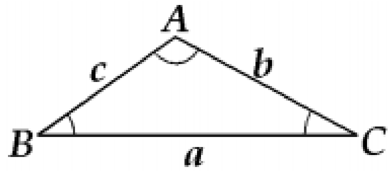
Teorema o Ley del seno:

Si en un triángulo conocemos un lado y dos ángulos o dos lados y el ángulo opuesto a uno de esos lados, podemos usar la Ley de Seno para resolver el triángulo. En el primer caso, conocidos un lado y dos ángulos, el tercer ángulo se calcula usando el hecho de que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180°. Para hallar cada uno de los otros dos lados, aplicamos la Ley de Seno usando la proporción entre la razón que involucra el lado conocido y la que la que involucra el lado que queremos hallar. En este caso existe un único triángulo que cumple las condiciones dadas.

En el segundo, si se conocen dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos, se usa la Ley de Seno para hallar el ángulo opuesto a uno de los lados conocidos, luego se halla el tercer ángulo y finalmente el tercer lado se calcula usando nuevamente la Ley de Seno.

Fórmula para calcular el teorema o ley del seno:

En cualquier triángulo ABC

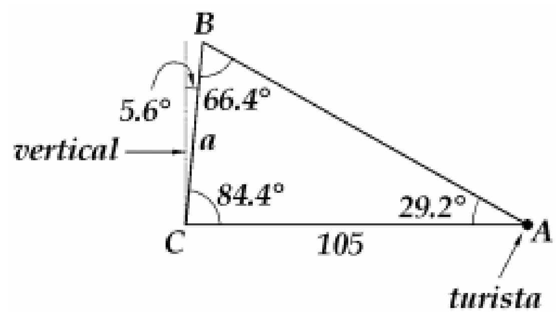


$$\frac{a}{\mathrm{sen}A} = \frac{b}{\mathrm{sen}B} = \frac{c}{\mathrm{sen}C} \qquad \frac{\mathrm{sen}A}{a} = \frac{\mathrm{sen}B}{b} = \frac{\mathrm{sen}C}{c}$$

Ejemplo:

El campanario de la Torre de Pisa en Italia, forma un ángulo de 5,6° con la recta vertical trazada desde C. Una turista se ubica a 105 m de la base de la torre, al lado en el que la torre forma un ángulo agudo con la horizontal. El ángulo de elevación medido por la turista es de 29,2° hasta la parte superior de la torre. Encontrar la longitud de la torre.

Solución



Sea a la longitud, en metros, de la Torre.

$\measuredangle C = 90^o - 5.6^o = 84.4^o$, porque 5.6^o es el ángulo formado por la torre con la vertical.

$\measuredangle B = 180^o - 29.2^o - 84.4^o = 66.4^o$.

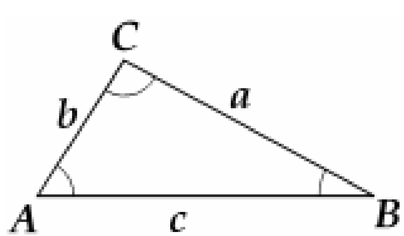
Usando la Ley de Seno tenemos que:

$$\begin{aligned} \frac{\operatorname{sen} A}{a} &= \frac{\operatorname{sen} B}{105} \\ a &= \frac{105 \operatorname{sen} A}{\operatorname{sen} B} \\ a &= \frac{105 \operatorname{sen}(29.2^o)}{\operatorname{sen}(66.4^o)} = 55.9\ m \end{aligned}$$

Luego, la longitud de la torre es aproximadamente 56 m.

Teorema o Ley del Coseno:

En cualquier triángulo ABC:



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\ \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac.\ \cos B$$

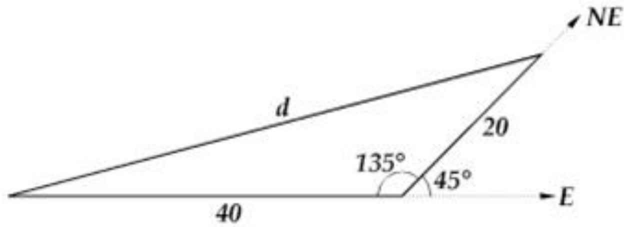
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab.\ \cos C$$

Es decir, en cualquier triángulo, el cuadrado de la longitud de cualquiera de los lados es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos lados menos el doble producto de la longitud de estos dos lados y del coseno del ángulo entre ellos.

Ejemplo:

Un automóvil viaja por una carretera en dirección Este durante 1 h; luego viaja durante 30 minutos por otra carretera que se dirige al Noreste. Si el automóvil se desplaza a una velocidad constante de 40 millas/hora, qué tan lejos está de su posición de partida al terminar el recorrido?

Solución



Sea d la distancia, en millas, que separa al automóvil del punto de partida. Como:

distancia recorrida hacia el Este = 40 millas/hora × 1 hora = 40 millas

distancia recorrida hacia el Noreste = 40 millas/hora × $\frac{1}{2}$ hora = 20 millas,
entonces, aplicando Ley de Coseno

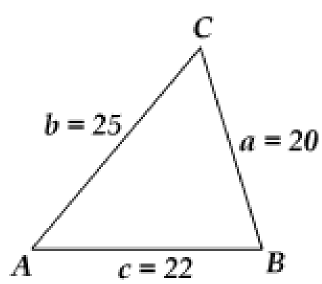
$$\begin{aligned} d^2 &= 20^2 + 40^2 - 2(20)(40)\cos(135^o) \\ d^2 &= 2000 - 1600\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \approx 3131.37 \\ d &\approx \sqrt{3131.37} \approx 55.96 \end{aligned}$$

Luego, al cabo de hora y media el automóvil está, aproximadamente, a 55.96 millas de su punto de partida.

Ejemplo 2:

Los lados de un triángulo son $a = 20$, $b = 25$, $c = 22$. Encontrar los ángulos del triángulo.

Solución



Aplicando Ley de Coseno,

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

entonces,

$$\cos A = \frac{(20)^2 - (25)^2 - (22)^2}{-2(25)(22)} \approx 0.644.$$

Luego, $\measuredangle A = 49.87^o$.

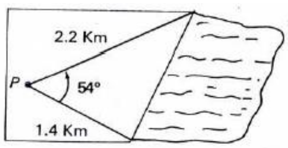
Similarmente

$$\cos B = \frac{b^2 - a^2 - c^2}{-2ac} = \frac{(25)^2 - (20)^2 - (22)^2}{-2(20)(22)} \approx 0.294 \Longrightarrow \measuredangle B \approx 72.88^o$$

$$\cos C = \frac{c^2 - a^2 - b^2}{-2ac} = \frac{(22)^2 - (20)^2 - (25)^2}{-2(20)(25)} \approx 0.541 \Longrightarrow \measuredangle C \approx 57.25^o.$$

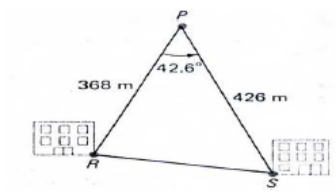
EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Un punto P está a 1,4 km de la orilla de un lago y 2,2 km de la otra orilla. Si en P el lago forma un ángulo de 54°, cuál es la longitud del lago.



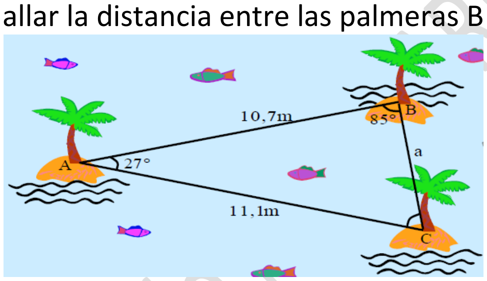
Rta: ___________

2. Dos caminos rectos se cortan en un punto P y ahí forman un ángulo de 42,6°. En un punto R sobre un camino está un edificio a 368 m de P y en un punto S, en el otro camino está un edificio a 426 metros de P. Determinar la distancia de R a S.



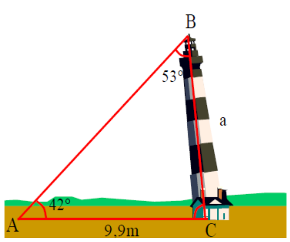
Rta: ___________

3. Hallar la distancia entre las palmeras B y C



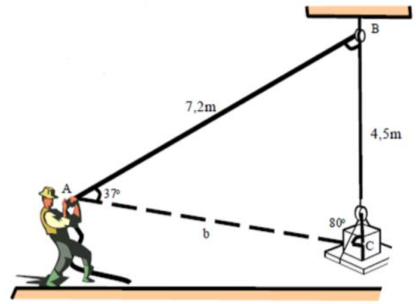
Rta: ___________

4. Hallar la longitud del faro inclinado si se sabe que en el triángulo ABC que se observa el lado "b" mide 9,9m, los ángulos A, B miden 42° y 53° respectivamente.



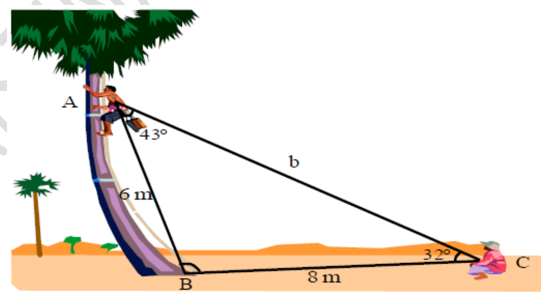
Rta: ___________

5. En el gráfico halla la distancia que existe entre el paquete y el obrero.



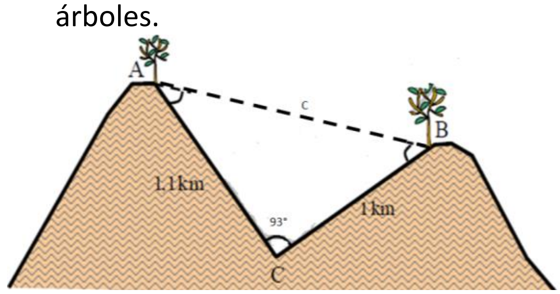
Rta: ___________

6. En el gráfico halla la distancia que existe entre las personas.



Rta: ___________

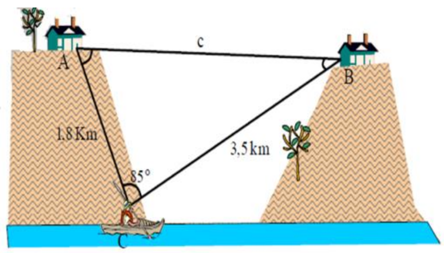
7. En el gráfico hallar la distancia entre los árboles.



Rta: ___________

8. En el gráfico:
En el instante en que una persona en un bote pasaba por el río se formó el triángulo ABC.

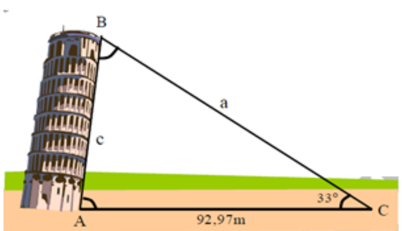
- Calcula el valor de los ángulos A y B si se sabe que b = 1,8 km; a = 3,5 km, C = 85°.
- Halla la distancia que existe entre las casas.



Rta: __________

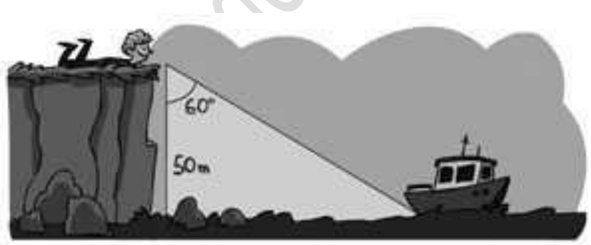
9. En el gráfico se aprecia la torre inclinada de Pisa, considerada un símbolo de Italia.

Calcula la altura de la torre si se sabe que la torre tiene una inclinación de 10°.



Rta: __________

10. Desde el borde de un acantilado de 50 metros de altura, Ángel observa, bajo un ángulo de 60°, como una embarcación realiza las tareas de pesca. ¿A qué distancia de la costa se encuentra aproximadamente la embarcación?

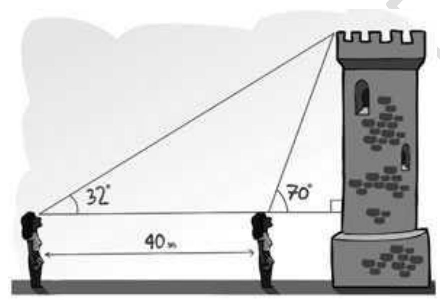


Rta: _________

11. Desde el lugar donde se encuentra Yaiza, puede observar una torre con un ángulo de elevación de 32°. Si Yaiza avanza 40 metros en dirección a la torre, la observa con un ángulo de 70°.

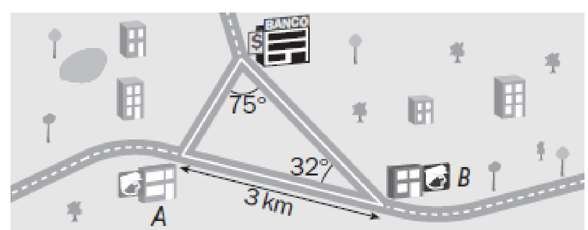
a) Calcula la altura de la torre si la estatura de Yaiza es de 1,65 metros.

b) ¿A qué distancia de la torre estaba Yaiza inicialmente?



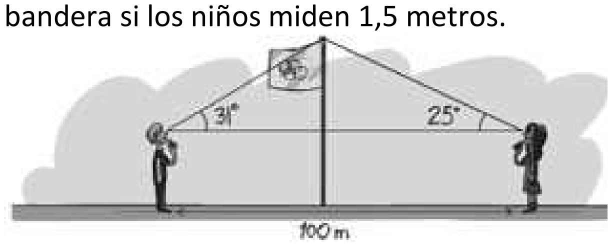
Rta: __________

12. Cuando en la sucursal bancaria de la figura suena una alarma, la señal se recibe en las dos comisarías más cercanas. Los policías de la comisaría *A* acuden al banco a una velocidad de 90 kilómetros por hora, y los de la comisaría *B* lo hacen a 100 kilómetros por hora. ¿Qué policías llegarán primero?



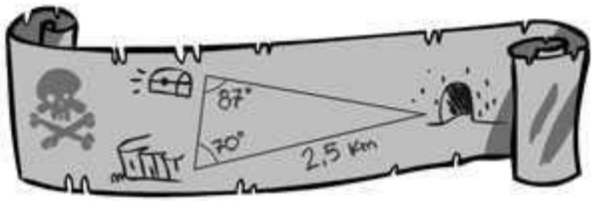
Rta: _________

13. Observa el dibujo y calcula la altura de la bandera si los niños miden 1,5 metros.



Rta: ____________

14. Observa las distancias señaladas en el mapa y calcula la distancia que separa la cueva del tesoro.



Rta: __________

15. Dos carreteras rectas divergen formando un ángulo de 65°. Dos automóviles salen de la intersección a la 2:00 p.m. Uno viaja a 60 km/h y el otro a 40 km/h. ¿A qué distancia están separados a las 3:30 p. m.?

Rta: ___________

16. Para encontrar la distancia de un lado a otro de un río, un topógrafo selecciona los puntos A y B que están separados 100 m en un lado del río. Entonces escoge un punto de referencia C del lado opuesto del río y determina que el ángulo BAC es de 60° y que el ángulo ABC es de 45°. Calcule la distancia de B a C.

Rta: ___________

17. Un niño está haciendo volar dos cometas simultáneamente. Una de ellas tiene 38 m de cordón y la otra 42 m. Si se supone que el ángulo entre los dos cordones es de 30°, estime la distancia entre las dos cometas.

Rta: ___________

18. Dos carreteras rectas divergen formando un ángulo de 60°. Dos automóviles salen de la intersección a la 1:00 p.m. Uno viaja a 50 km/h y el otro a 30 km/h. ¿A qué distancia están separados a las 2:00 p. m.?

Rta: ___________

TOMADO Y ADAPTADO DE:

Documento pdf: Soto Veliz Maritza Dolores. C.E.I.P María de Nazaret
Documento pdf: UDEA. Programa Vamos para la Universidad, parcial 3
Documento pdf: Problemas métricos, teorema del seno y coseno