

Capítulo 4: Triángulos Oblicuángulos

Los triángulos oblicuángulos son aquellos que no tienen un ángulo recto. Para conocer estos triángulos se necesita conocer tres elementos de los seis, uno de los cuales debe ser un lado. Para dar solución a este tipo de triángulos se puede emplear los siguientes teoremas: Teorema o ley de los senos, teorema o ley del coseno y teorema o ley de la tangente.

Teorema o ley de los senos

En todo triángulo ABC, las longitudes de los lados son directamente proporcionales a los senos de los ángulos opuestos a dichos lados, es decir:

$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B} = \frac{c}{\text{Sen}C} \quad \text{o también} \quad \frac{\text{Sen}A}{a} = \frac{\text{sen}B}{b} = \frac{\text{Sen}C}{c}$$

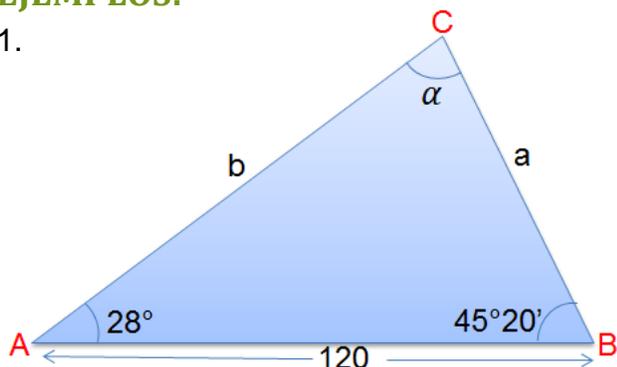
La ley de los senos se aplica cuando los datos que se conocen son:

1. Dos ángulos y un lado (A – L – A). Se halla la medida del tercer ángulo aplicando el teorema de la suma de los ángulos internos de un triángulo y los datos que faltan aplicando la ley de los senos.
2. Dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos (L – L – A). Se utiliza la ley de los senos para encontrar uno de los dos ángulos que faltan y determinar si tiene una, dos o ninguna solución.

Para su aplicación vamos a resolver los siguientes triángulos:

EJEMPLOS:

1.



Solución:

- ✓ En este caso para dar solución al ejercicio se puede observar que se tiene el valor de un lado y el valor de dos ángulos (A y B), por lo tanto en primer lugar calcularemos el ángulo α o C, realizando una resta de 180° menos la suma de los otros ángulos.

$$180^\circ - (28^\circ + 45^\circ 20') \rightarrow 180^\circ - 73^\circ 20' = 106^\circ 40'$$

- ✓ Después de calcular el ángulo, reemplazaremos los valores en el teorema del seno.

$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B} = \frac{c}{\text{Sen}C}$$

$$\frac{a}{\text{sen}28^\circ} = \frac{b}{\text{sen}45^\circ 20'} = \frac{120}{\text{Sen}106^\circ 40'}$$

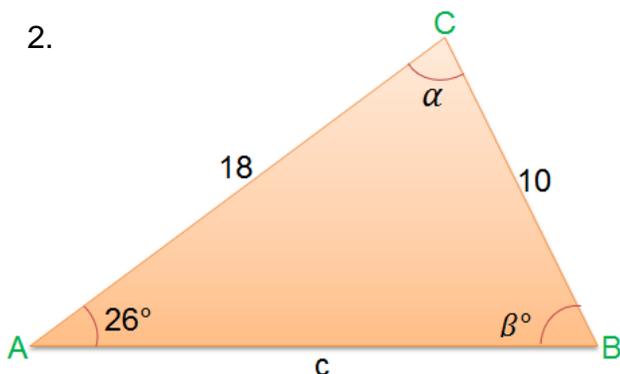
- ✓ Haciendo uso de los criterios de proporcionalidad, resolveremos las variables desconocidas.

$$\frac{a}{\text{sen}28^\circ} = \frac{120}{\text{Sen}106^\circ 40'} \rightarrow a \times \text{sen}106^\circ 40' = 120 \times \text{sen}28 \rightarrow a \times 0,96 = 120 \times 0,47$$

$$a = \frac{120 \times 0,47}{0,96} \rightarrow a = \frac{56,4}{0,96} \approx 58,75$$

$$\frac{b}{\text{sen}45^\circ 20'} = \frac{120}{\text{Sen}106^\circ 40'} \rightarrow b \times \text{sen}106^\circ 40' = 120 \times \text{sen}45^\circ 20' \rightarrow b \times 0,96 = 120 \times 0,71$$

$$b = \frac{120 \times 0,71}{0,96} \rightarrow b = \frac{85,2}{0,96} \approx 88,75$$



Solución:

- ✓ En este caso para dar solución al ejercicio se puede observar que se tiene el valor de dos lados y un ángulo(A), por lo tanto en primer lugar calcularemos el valor de un ángulo, en este caso calcularemos β , haciendo uso del teorema del seno.

$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B} = \frac{c}{\text{Sen}C} \rightarrow \frac{10}{\text{sen}26^\circ} = \frac{18}{\text{sen}B} \rightarrow \text{sen}B \times 10 = 18 \times \text{sen}26^\circ$$

$$\text{sen}B \times 10 = 18 \times 0,44 \rightarrow \text{sen} B = \frac{18 \times 0,44}{10} \rightarrow \text{sen}B = \frac{7,92}{10} \rightarrow$$

$$\text{sen}B = 0,792 \rightarrow B = \text{sen}^{-1}0,792 \approx 52^\circ$$

- ✓ Para calcular el valor del ángulo C, se realiza una resta de 180° menos la suma de los otros ángulos.

$$180^\circ - (26^\circ + 52^\circ) \rightarrow 180^\circ - 78^\circ = 102^\circ$$

- ✓ Después de calcular el ángulo, reemplazaremos los valores en el teorema del seno.

$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B} = \frac{c}{\text{Sen}C}$$

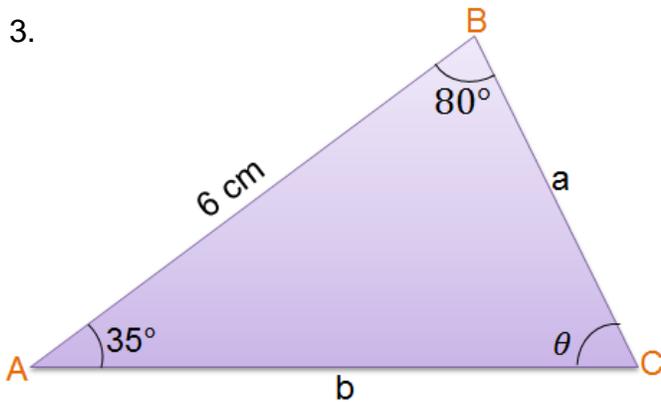
$$\frac{10}{\text{sen}26^\circ} = \frac{18}{\text{sen}52^\circ} = \frac{c}{\text{Sen}102^\circ}$$

- ✓ Haciendo uso de los criterios de proporcionalidad, resolveremos las variables desconocidas.

$$\frac{10}{\text{sen}26^\circ} = \frac{c}{\text{Sen}102^\circ} \rightarrow c \times \text{sen}26^\circ = 10 \times \text{sen}102^\circ \rightarrow c \times 0,44 = 10 \times 0,98$$

$$c = \frac{10 \times 0,98}{0,44} \rightarrow c = \frac{9,8}{0,44} \approx 22$$

3.

**Solución:**

✓ En este caso para dar solución al ejercicio se puede observar que se tiene el valor de dos ángulos (A y B) y un lado, por lo tanto en primer lugar calcularemos el valor del ángulo restante. Para calcular el valor del ángulo C, se realiza una resta de 180° menos la suma de los otros ángulos.

$$180^\circ - (35^\circ + 80^\circ) \rightarrow 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$$

✓ Después de calcular el ángulo, reemplazaremos los valores en el teorema del seno.

$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B} = \frac{c}{\text{Sen}C}$$

$$\frac{a}{\text{sen}35^\circ} = \frac{b}{\text{sen}80^\circ} = \frac{6 \text{ cm}}{\text{Sen}65^\circ}$$

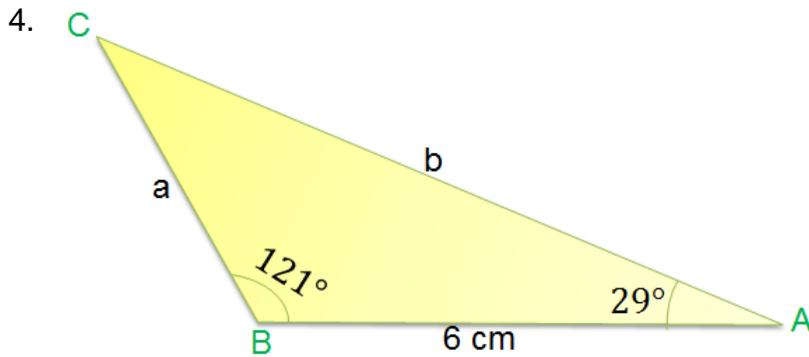
✓ Haciendo uso de los criterios de proporcionalidad, resolveremos las variables desconocidas.

$$\frac{a}{\text{sen}35^\circ} = \frac{6 \text{ cm}}{\text{Sen}65^\circ} \rightarrow a \times \text{sen}65^\circ = 6 \text{ cm} \times \text{sen}35^\circ \rightarrow a \times 0,91 = 6 \text{ cm} \times 0,57$$

$$a = \frac{6 \text{ cm} \times 0,57}{0,91} \rightarrow a = \frac{3,42 \text{ cm}}{0,91} \approx 3,8 \text{ cm}$$

$$\frac{b}{\text{sen}80^\circ} = \frac{6 \text{ cm}}{\text{Sen}65^\circ} \rightarrow b \times \text{sen}65^\circ = 6 \text{ cm} \times \text{sen}80^\circ \rightarrow b \times 0,91 = 6 \text{ cm} \times 0,98$$

$$b = \frac{6 \text{ cm} \times 0,98}{0,91} \rightarrow b = \frac{5,88 \text{ cm}}{0,91} \approx 6,5 \text{ cm}$$

**Solución:**

✓ En este caso para dar solución al ejercicio se puede observar que se tiene el valor de dos ángulos (A y B) y un lado, por lo tanto en primer lugar calcularemos el valor del ángulo restante. Para calcular el valor del ángulo C, se realiza una resta de 180° menos la suma de los otros ángulos.

$$180^\circ - (121^\circ + 29^\circ) \rightarrow 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

✓ Después de calcular el ángulo, reemplazaremos los valores en el teorema del seno.

$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B} = \frac{c}{\text{Sen}C}$$

$$\frac{a}{\text{sen}29^\circ} = \frac{b}{\text{sen}121^\circ} = \frac{6 \text{ cm}}{\text{Sen}30^\circ}$$

✓ Haciendo uso de los criterios de proporcionalidad, resolveremos las variables desconocidas.

$$\frac{a}{\text{sen}29^\circ} = \frac{6 \text{ cm}}{\text{Sen}30^\circ} \rightarrow a \times \text{sen}30^\circ = 6 \text{ cm} \times \text{sen}29^\circ \rightarrow a \times 0,5 = 6 \text{ cm} \times 0,48$$

$$a = \frac{6 \text{ cm} \times 0,48}{0,5} \rightarrow a = \frac{2,88 \text{ cm}}{0,5} \approx 5,76 \text{ cm}$$

$$\frac{b}{\text{sen}121^\circ} = \frac{6 \text{ cm}}{\text{Sen}30^\circ} \rightarrow b \times \text{sen}30^\circ = 6 \text{ cm} \times \text{sen}121^\circ \rightarrow b \times 0,5 = 6 \text{ cm} \times 0,86$$

$$b = \frac{6 \text{ cm} \times 0,86}{0,5} \rightarrow b = \frac{5,16 \text{ cm}}{0,5} \approx 10,32 \text{ cm}$$

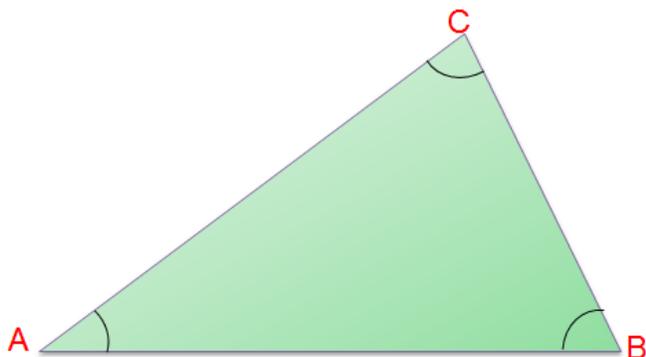


En nuestro caso para dar solución a los ejercicios planteados, hemos trabajado el valor de las funciones trigonométricas con dos decimales.

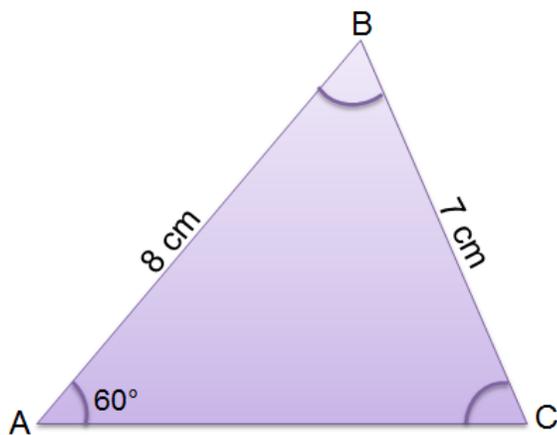
EJERCICIOS DE APLICACIÓN.

Resolver los siguientes triángulos oblicuángulos haciendo uso del teorema del seno.

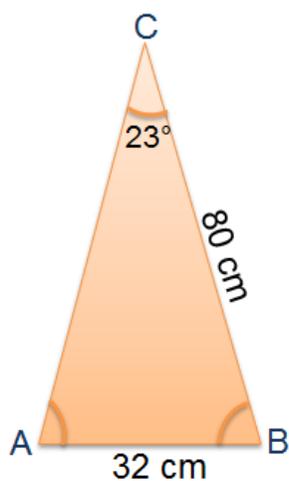
1. En un triángulo ABC se cumple: $\hat{A} = 42^{\circ}30'$, $a = 56$ cm y $c = 30$ cm. Hallar el valor del ángulo C y el valor del cateto b.



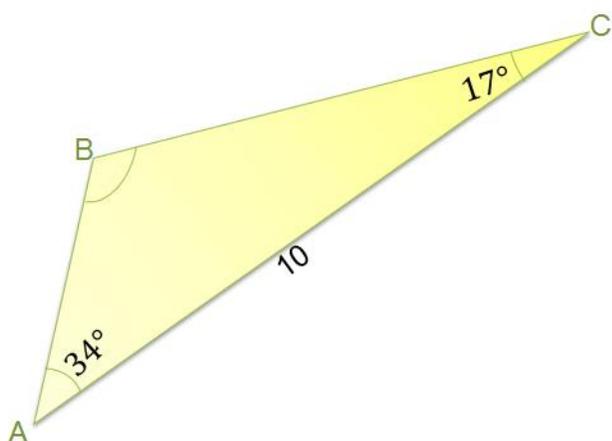
2. Calcular los valores desconocidos en el siguiente triángulo:



3. Calcular los valores desconocidos en el siguiente triángulo:

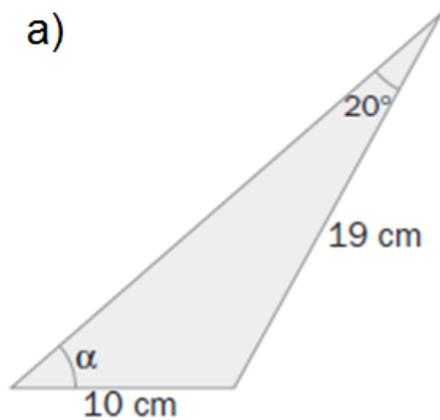


4. Calcular el cateto **a** y **c** en el siguiente triángulo

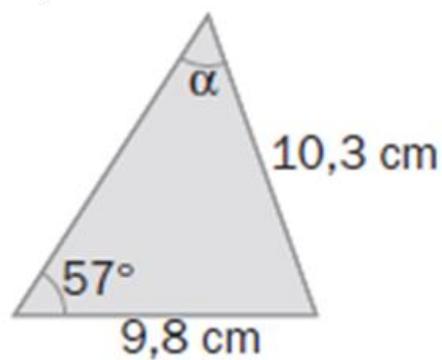


5. Calcular el ángulo **α** de los siguientes triángulos:

a)



b)



TEOREMA DEL COSENO

En un triángulo el cuadrado de cada lado es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos menos el doble producto del producto de ambos por el coseno del ángulo que forman.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$

La ley de los cosenos se aplica cuando los datos que se conocen son:

1. Dos lados y el ángulo entre ellos (L – A – L)
2. Los tres lados (L – L – L)

Para encontrar los ángulos del triángulo se encuentran estas tres opciones:

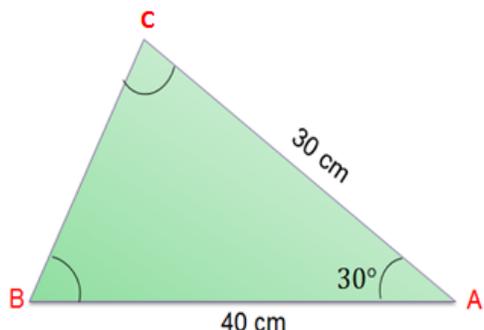
$$A = \cos^{-1} \left[\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \right] \longrightarrow \text{Angulo A}$$

$$B = \cos^{-1} \left[\frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \right] \longrightarrow \text{Angulo B}$$

$$C = \cos^{-1} \left[\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \right] \longrightarrow \text{Angulo C}$$

EJEMPLOS

1.

Solución:

- ✓ En este caso para dar solución al ejercicio se puede observar que se tiene el valor de dos catetos y el ángulo que se forma entre ellos, por lo tanto debemos emplear para su solución el teorema del coseno y empezaremos por calcular el cateto **a**, teniendo en cuenta que conocemos su ángulo opuesto (30°).

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

- ✓ Reemplazando en el teorema se tiene:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$a^2 = (30 \text{ cm})^2 + (40 \text{ cm})^2 - 2 \cdot 30 \text{ cm} \cdot 40 \text{ cm} \cdot \cos 30^\circ$$

$$a^2 = 900 \text{ cm}^2 + 1600 \text{ cm}^2 - 2400 \text{ cm}^2 \cdot 0,87$$

$$a^2 = 2500 \text{ cm}^2 - 2088 \text{ cm}^2$$

$$a^2 = 412 \text{ cm}^2$$

$$a = \sqrt{412 \text{ cm}^2} \rightarrow a \approx 20 \text{ cm}$$

- ✓ Para calcular los valores de los ángulos podemos continuar con el teorema del coseno o combinarlo con el teorema del seno. En este caso es un poco más sencillo emplear el teorema del seno.

$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{Sen}B}$$

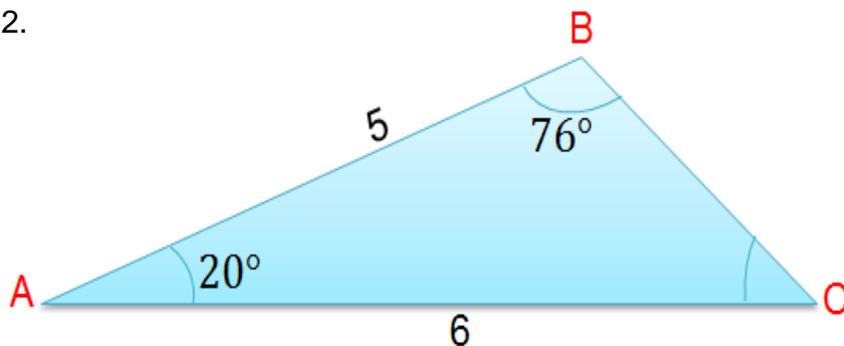
$$\frac{20 \text{ cm}}{\text{sen}30^\circ} = \frac{30 \text{ cm}}{\text{Sen}B} \rightarrow 20 \text{ cm} \times \text{sen}B = 30 \text{ cm} \times \text{sen}30^\circ \rightarrow 20 \text{ cm} \times \text{sen}B = 30 \text{ cm} \times 0,5$$

$$\text{sen}B = \frac{30 \text{ cm} \times 0,5}{20 \text{ cm}} \rightarrow \text{sen}B = \frac{15 \text{ cm}}{20 \text{ cm}} \rightarrow \text{sen}B = 0,75 \rightarrow B = \text{sen}^{-1}0,75 \approx 49^\circ$$

- ✓ Para calcular el valor del ángulo C, simplemente se resta el valor de los otros ángulos conocidos.

$$C = 180^\circ - (30^\circ + 49^\circ) \rightarrow C = 180^\circ - 79^\circ \rightarrow C = 101^\circ$$

2.



Solución:

- ✓ En este caso para dar solución al ejercicio se puede observar que se tiene el valor de dos catetos y el ángulo que se forma entre ellos, por lo tanto debemos emplear para su solución el teorema del coseno y empezaremos por calcular el cateto **a**, teniendo en cuenta que conocemos su ángulo opuesto (20°).

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

✓ Reemplazando en el teorema se tiene:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$a^2 = (6)^2 + (5)^2 - 2 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cos 20^\circ$$

$$a^2 = 36 + 25 - 60 \cdot 0,94$$

$$a^2 = 61 - 56,4$$

$$a^2 = 4,6$$

$$a = \sqrt{4,6} \rightarrow a \approx 2,1$$

✓ Para calcular los valores de los ángulos podemos continuar con el teorema del coseno o combinarlo con el teorema del seno. En este caso es un poco más sencillo emplear el teorema del seno.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

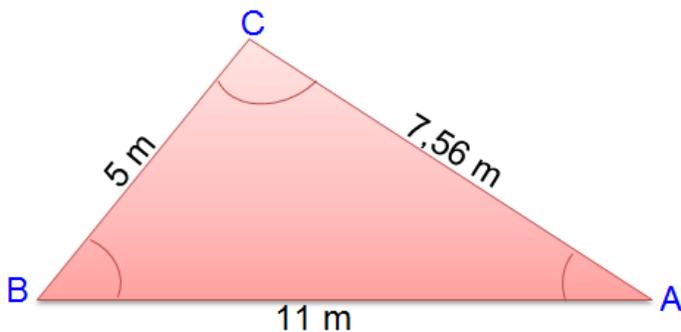
$$\frac{2,1}{\sin 20^\circ} = \frac{6}{\sin B} \rightarrow 2,1 \times \sin B = 6 \times \sin 20^\circ \rightarrow 2,1 \times \sin B = 6 \times 0,34$$

$$\sin B = \frac{6 \times 0,34}{2,1} \rightarrow \sin B = \frac{2,04}{2,1} \rightarrow \sin B = 0,97 \rightarrow B = \sin^{-1} 0,97 \approx 76^\circ$$

✓ Para calcular el valor del ángulo C, simplemente se resta el valor de los otros ángulos conocidos.

$$C = 180^\circ - (20^\circ + 76^\circ) \rightarrow C = 180^\circ - 96^\circ \rightarrow C = 84^\circ$$

3. En el siguiente triángulo calcular el valor del ángulo A.



Solución:

✓ En este caso para dar solución al ejercicio se puede observar que se tiene el valor de los tres catetos pero se desconoce el valor de los ángulos. Para la resolución de este triángulo emplearemos el teorema del coseno y empezaremos con el teorema que contiene el ángulo A.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

✓ Despejando el $\cos A$ se tiene:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \quad \text{ó} \quad \cos A = \frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2bc}$$

✓ En este caso utilizaremos el primer planteamiento, reemplazando los valores se obtiene:

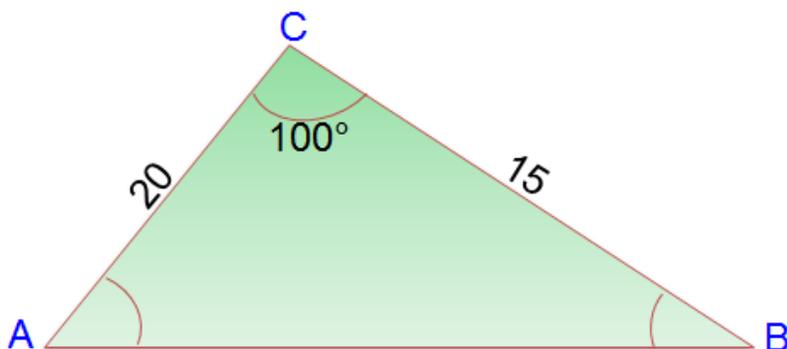
$$\cos A = \frac{(7,56\text{m})^2 + (11\text{ m})^2 - (5\text{ m})^2}{2(7,56\text{ m} \cdot 11\text{ m})}$$

$$\cos A = \frac{57,1536\text{ m}^2 + 121\text{ m}^2 - 25\text{ m}^2}{166,32\text{ m}^2}$$

$$\cos A = \frac{57,1536\text{ m}^2 + 121\text{ m}^2 - 25\text{ m}^2}{166,32\text{ m}^2}$$

$$\cos A = \frac{153,1536\text{ m}^2}{166,32\text{ m}^2} \rightarrow \cos A = 0,92 \rightarrow \cos^{-1} = 23^\circ$$

4. En el siguiente triángulo encontrar el valor del lado C.



Solución:

✓ En este caso para dar solución al ejercicio se puede observar que se tiene el valor de dos catetos y el ángulo que se forma entre ellos, por lo tanto debemos emplear para su solución el teorema del coseno.

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$

✓ Reemplazando en el teorema se tiene:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$

$$c^2 = (15)^2 + (20)^2 - 2 \cdot 15 \cdot 20 \cdot \cos 100^\circ$$

$$c^2 = 225 + 400 - 600 \cdot (-0,17)$$

$$c^2 = 625 - (-102)$$

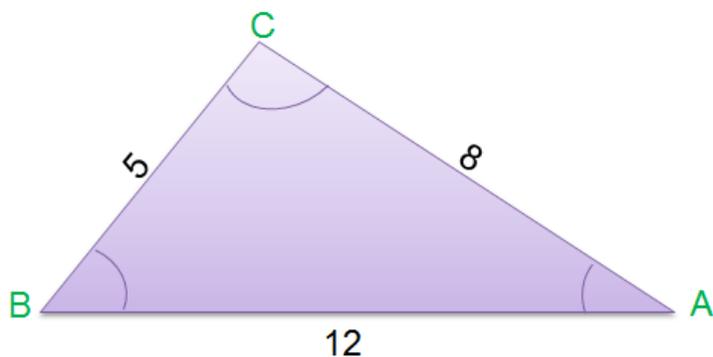
$$c^2 = 727$$

$$c = \sqrt{727} \rightarrow c \approx 27$$

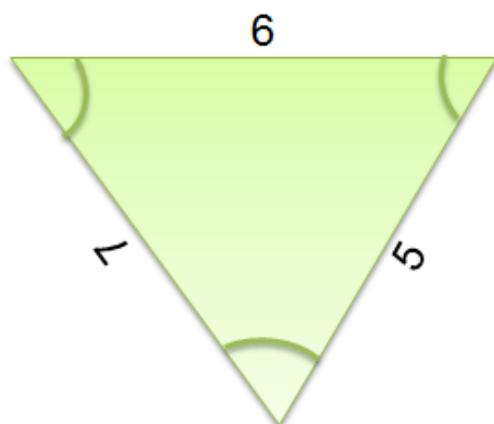
EJERCICIOS DE APLICACIÓN.

Resolver los siguientes triángulos oblicuángulos haciendo uso del teorema del coseno.

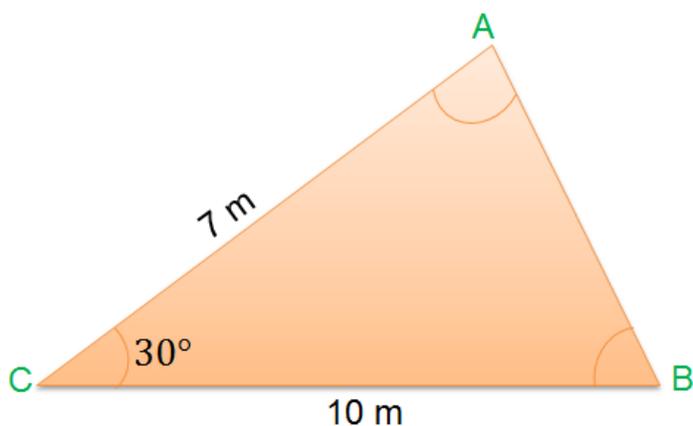
1. En el siguiente triángulo hallar el valor de los tres ángulos.



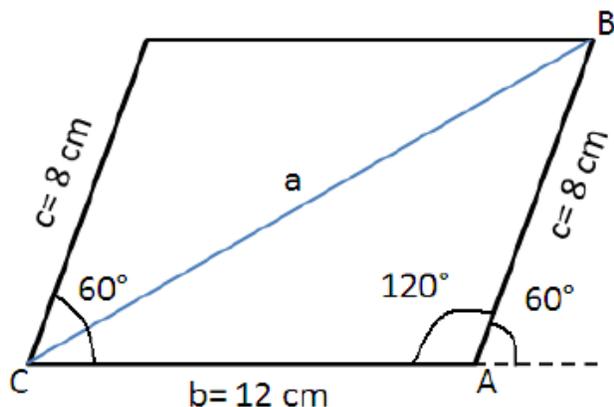
2. En el siguiente triángulo hallar el valor de los tres ángulos



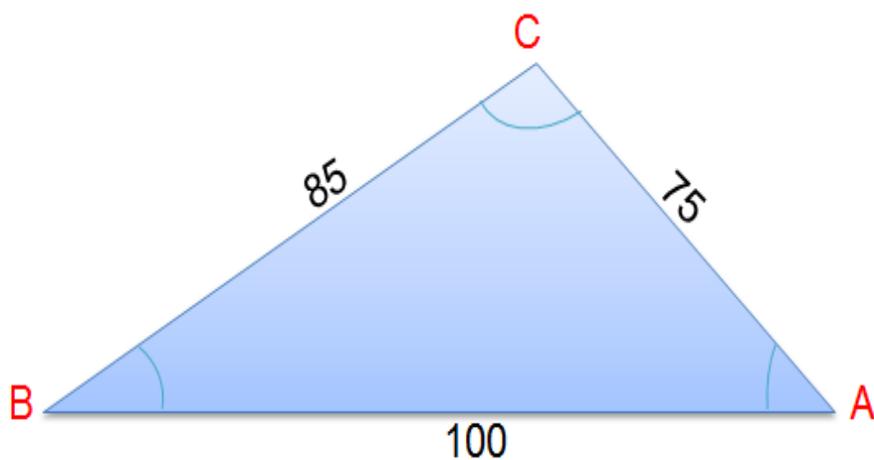
3. En el siguiente triángulo hallar el valor del cateto y los ángulos faltantes.



4. El ángulo entre los lados de un paralelogramo es de 60° . Si las longitudes de los lados son 8 cm y 12 cm. Calcular la longitud de la diagonal mayor.

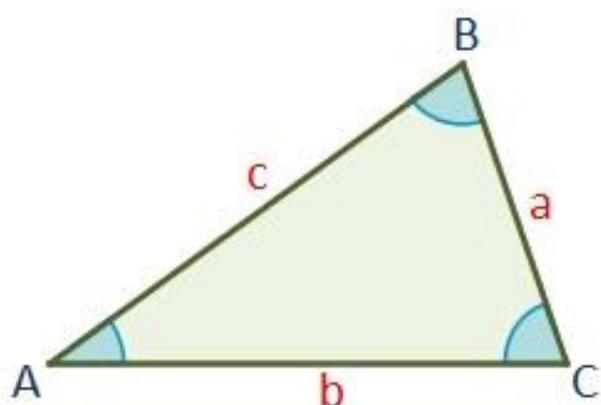


5. En el siguiente triángulo hallar el valor de los tres ángulos:



TEOREMA DE LA TANGENTE

En trigonometría, el **teorema de la tangente** es una fórmula que relaciona las longitudes de los tres lados de un triángulo y las **tangentes** de sus ángulos. La razón entre la suma de dos lados (a , b o c) de un triángulo y su resta es igual a la razón entre la tangente de la media de los dos ángulos opuestos a dichos lados y la tangente de la mitad de la diferencia de éstos.



$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\tan\left[\frac{A+B}{2}\right]}{\tan\left[\frac{A-B}{2}\right]}$$

$$\frac{a+c}{a-c} = \frac{\tan\left[\frac{A+C}{2}\right]}{\tan\left[\frac{A-C}{2}\right]}$$

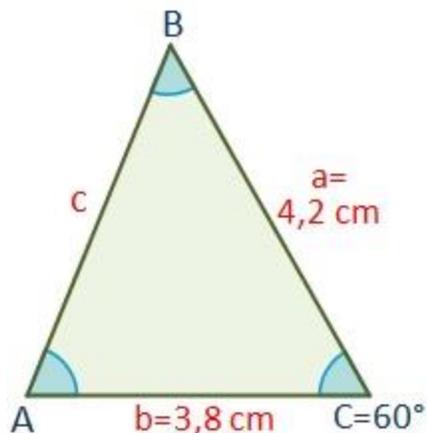
$$\frac{b+c}{b-c} = \frac{\tan\left[\frac{B+C}{2}\right]}{\tan\left[\frac{B-C}{2}\right]}$$

Siendo a , b y c los lados y A , B y C los ángulos del triángulo

Aunque el teorema de la tangente no es tan conocido como el teorema del seno o el teorema del coseno, es exactamente igual de útil, y se puede utilizar en cualquiera de los casos donde se conocen dos lados y un ángulo o cuando se conocen dos ángulos y un lado.

EJEMPLOS

1. Sea un **triángulo** con dos costados conocidos ($a=4,2$ cm y $b=3,8$ cm) y un ángulo conocido ($C=60^\circ$). Se desea hallar los ángulos A y B .



Solución:

✓ Se conoce que la suma de los ángulos de un triángulo es igual a 180° , por lo tanto:

$$A + B + C = 180^\circ \rightarrow$$

$$A + B = 180^\circ - C = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

✓ Aplicando el teorema de la tangente, se tiene:

$$\frac{a + b}{a - b} = \frac{\tan\left[\frac{A+B}{2}\right]}{\tan\left[\frac{A-B}{2}\right]} \rightarrow \frac{4,2 + 3,8}{4,2 - 3,8} = \frac{\tan 60^\circ}{\tan\left[\frac{A-B}{2}\right]} \rightarrow$$

$$\tan\left[\frac{A - B}{2}\right] = \frac{1,7321}{20} = 0,0866 \rightarrow \frac{A - B}{2} = \arctan 0,0866 = 4,94^\circ$$

$$\rightarrow A - B = 9,9^\circ$$

✓ Como se puede observar se obtiene un sistema de dos ecuaciones (A y B):

$$A + B = 120^\circ \quad (1)$$

$$A - B = 9,9^\circ \quad (2)$$

✓ Dando solución al sistema de ecuaciones, despejaremos la variable B en la ecuación 1.

$$B = 120^\circ - A$$

✓ Reemplazando B en la ecuación 2 se obtiene:

$$A - B = 9,9^\circ$$

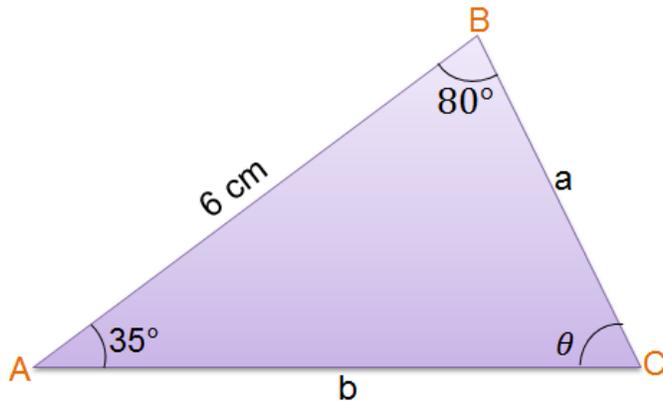
$$A - (120^\circ - A) = 9,9^\circ \rightarrow A - 120^\circ + A = 9,9^\circ \rightarrow 2A - 120^\circ = 9,9^\circ \rightarrow$$

$$2A = 9,9^\circ + 120^\circ \rightarrow A = \frac{129,9^\circ}{2} \rightarrow A \approx 65^\circ$$

✓ Finalmente para obtener el valor de B, se le resta a 120° el valor de A \rightarrow

$$B = 120^\circ - 65^\circ \rightarrow B = 55^\circ$$

2. Calcular el valor de los catetos a y b del siguiente triángulo:



Solución:

✓ En primer lugar determinaremos los valores de las variables que contiene el triángulo.

$$a = ? \quad b = ? \quad c = 6 \text{ cm} \quad A = 35^\circ \quad B = 80^\circ \quad C = ?$$

✓ Para calcular el ángulo C, simplemente se efectúa una resta de 180° menos los otros ángulos conocidos: $180^\circ - (A + B) \rightarrow C = 180^\circ - (35^\circ + 80^\circ) \rightarrow C = 180^\circ - 115^\circ \rightarrow C = 65^\circ$

✓ Aplicando el teorema de la tangente calcularemos el valor del cateto a en relación al cateto c.

$$\frac{a + c}{a - c} = \frac{\tan\left[\frac{A+C}{2}\right]}{\tan\left[\frac{A-C}{2}\right]}$$

✓ Se reemplazan los valores en la ecuación y se soluciona:

$$\frac{a + 6 \text{ cm}}{a - 6 \text{ cm}} = \frac{\tan\left[\frac{35^\circ + 65^\circ}{2}\right]}{\tan\left[\frac{35^\circ - 65^\circ}{2}\right]} \rightarrow \frac{a + 6 \text{ cm}}{a - 6 \text{ cm}} = \frac{\tan[50^\circ]}{\tan[-15^\circ]} \rightarrow$$

$$\tan[-15^\circ] \cdot [a + 6 \text{ cm}] = \tan[50^\circ] \cdot [a - 6 \text{ cm}] \rightarrow$$

$$-0,27 \cdot [a + 6 \text{ cm}] = 1,19 \cdot [a - 6 \text{ cm}] \rightarrow$$

$$-0,27 \cdot a - 1,62 \text{ cm} = 1,19 \cdot a - 7,14 \text{ cm} \rightarrow$$

$$-1,62 \text{ cm} + 7,14 \text{ cm} = 1,19 \cdot a + 0,27a \rightarrow$$

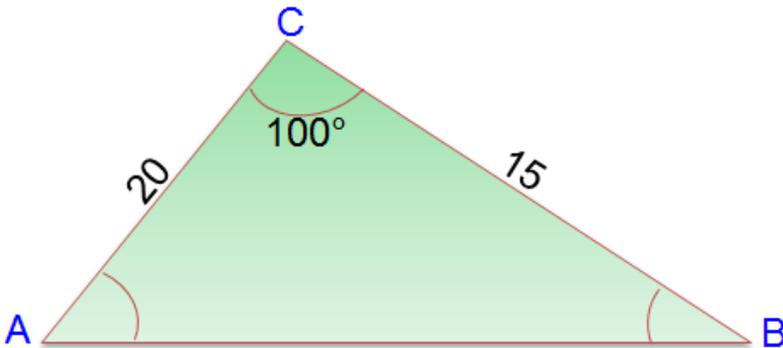
$$5,52 \text{ cm} = 1,46 a \rightarrow a = \frac{5,52 \text{ cm}}{1,46} \rightarrow a \approx 3,8 \text{ cm}$$

✓ Para calcular el cateto b se puede emplear el teorema del seno, el cual es un poco más sencillo.

$$\frac{b}{\text{sen}80^\circ} = \frac{6 \text{ cm}}{\text{Sen}65^\circ} \rightarrow b \times \text{sen}65^\circ = 6 \text{ cm} \times \text{sen}80^\circ \rightarrow b \times 0,91 = 6 \text{ cm} \times 0,98$$

$$b = \frac{6 \text{ cm} \times 0,98}{0,91} \rightarrow b = \frac{5,88 \text{ cm}}{0,91} \approx 6,5 \text{ cm}$$

3. En el siguiente triángulo encontrar el valor de los ángulos A y B y el cateto C.



Solución:

✓ En este caso para dar solución al ejercicio se puede observar que se tiene el valor de dos catetos y el ángulo que se forma entre ellos, por lo tanto debemos emplear para su solución el teorema del coseno para calcular el valor de c .

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$

✓ Reemplazando en el teorema se tiene:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$

$$c^2 = (15)^2 + (20)^2 - 2 \cdot 15 \cdot 20 \cdot \cos 100^\circ$$

$$c^2 = 225 + 400 - 600 \cdot (-0,17)$$

$$c^2 = 625 - (-102)$$

$$c^2 = 727$$

$$c = \sqrt{727} \rightarrow c \approx 27$$

- ✓ Para calcular el valor de los ángulos, en primer lugar determinaremos los valores de las variables que contiene el triángulo.

$$a = 15 \quad b = 20 \quad c = 27 \quad A = ? \quad B = ? \quad C = 100^\circ$$

- ✓ La suma de los ángulos A y $B = 80^\circ$
 ✓ Aplicando el teorema de la tangente calcularemos el valor de los ángulos A y B :

$$\frac{a + b}{a - b} = \frac{\tan\left[\frac{A+B}{2}\right]}{\tan\left[\frac{A-B}{2}\right]}$$

- ✓ Reemplazando los valores se obtiene:

$$\frac{15 + 20}{15 - 20} = \frac{\tan\left[\frac{80^\circ}{2}\right]}{\tan\left[\frac{A-B}{2}\right]} \rightarrow \frac{35}{-5} = \frac{\tan[40^\circ]}{\tan\left[\frac{A-B}{2}\right]} \rightarrow 35 \cdot \tan\left[\frac{A-B}{2}\right] = -5 \cdot \tan[40^\circ] \rightarrow$$

$$35 \cdot \tan\left[\frac{A-B}{2}\right] = -5 \cdot 0,84 \rightarrow 35 \cdot \tan\left[\frac{A-B}{2}\right] = -4,2 \rightarrow \tan\left[\frac{A-B}{2}\right] = \frac{-4,2}{35} \rightarrow$$

$$\tan\left[\frac{A-B}{2}\right] = -0,12 \rightarrow \text{arcotan} = -6,8 \rightarrow -6,8 \cdot 2 = -13,68^\circ \approx -14^\circ$$

- ✓ Como se puede observar se obtiene un sistema de dos ecuaciones (A y B):

$$A + B = 80^\circ \quad (1)$$

$$A - B = -14^\circ \quad (2)$$

- ✓ Dando solución al sistema de ecuaciones, despejaremos la variable B en la ecuación 1.

$$B = 80^\circ - A$$

- ✓ Reemplazando B en la ecuación 2 se obtiene:

$$A - B = -14^\circ$$

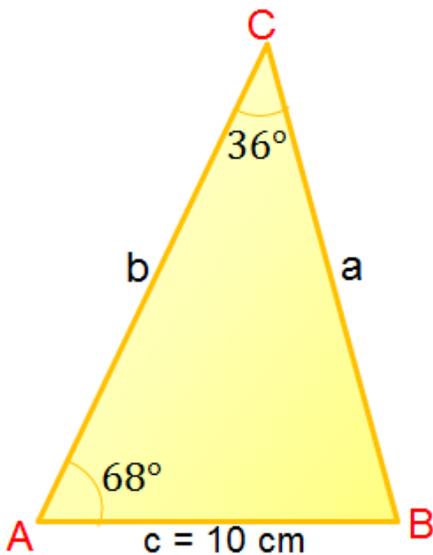
$$A - (80^\circ - A) = -14^\circ \rightarrow A - 80^\circ + A = -14^\circ \rightarrow 2A - 80^\circ = -14^\circ \rightarrow$$

$$2A = -14^\circ + 80^\circ \rightarrow A = \frac{66^\circ}{2} \rightarrow A = 33^\circ$$

✓ Finalmente para obtener el valor de **B**, se le resta a 80° el valor de $A \rightarrow$

$$B = 80^\circ - 33^\circ \rightarrow B = 47^\circ$$

4. Haciendo uso del teorema de la tangente, calcular el valor de los catetos a y c en el siguiente triángulo:



Solución:

✓ En primer lugar determinaremos los valores de las variables que contiene el triángulo.

$$a = ? \quad b = ? \quad c = 10 \text{ cm} \quad A = 68^\circ \quad B = ? \quad C = 36^\circ$$

✓ Para calcular el ángulo B , simplemente se efectúa una resta de 180° menos los otros ángulos conocidos: $180^\circ - (A + C) \rightarrow B = 180^\circ - (68^\circ + 36^\circ) \rightarrow B = 180^\circ - 104^\circ \rightarrow B = 76^\circ$

✓ Aplicando el teorema de la tangente calcularemos el valor del cateto a en relación al cateto c .

$$\frac{a + c}{a - c} = \frac{\tan\left[\frac{A+C}{2}\right]}{\tan\left[\frac{A-C}{2}\right]}$$

✓ Se reemplazan los valores en la ecuación y se soluciona:

$$\frac{a + 10 \text{ cm}}{a - 10 \text{ cm}} = \frac{\tan\left[\frac{68^\circ + 36^\circ}{2}\right]}{\tan\left[\frac{68^\circ - 36^\circ}{2}\right]} \rightarrow \frac{a + 10 \text{ cm}}{a - 10 \text{ cm}} = \frac{\tan [52^\circ]}{\tan [16^\circ]} \rightarrow$$

$$\tan[16^\circ] \cdot [a + 10 \text{ cm}] = \tan[52^\circ] \cdot [a - 10 \text{ cm}] \rightarrow$$

$$0,29 \cdot [a + 10 \text{ cm}] = 1,28 \cdot [a - 10 \text{ cm}] \rightarrow$$

$$0,29 \cdot a + 2,9 \text{ cm} = 1,28 \cdot a - 12,8 \text{ cm} \rightarrow$$

$$2,9 \text{ cm} + 12,8 \text{ cm} = 1,28 \cdot a - 0,29a \rightarrow$$

$$15,7 \text{ cm} = 0,99 a \rightarrow a = \frac{15,7 \text{ cm}}{0,99} \rightarrow a \approx 16 \text{ cm}$$

✓ Aplicando el teorema de la tangente calcularemos el valor del cateto **b** en relación al cateto **a**.

$$\frac{a + b}{a - b} = \frac{\tan\left[\frac{A+B}{2}\right]}{\tan\left[\frac{A-B}{2}\right]}$$

✓ Se reemplazan los valores en la ecuación y se soluciona:

$$\frac{16 \text{ cm} + b}{16 \text{ cm} - b} = \frac{\tan\left[\frac{68^\circ + 76^\circ}{2}\right]}{\tan\left[\frac{68^\circ - 76^\circ}{2}\right]} \rightarrow \frac{16 \text{ cm} + b}{16 \text{ cm} - b} = \frac{\tan [72^\circ]}{\tan [-4^\circ]} \rightarrow$$

$$\tan[-4^\circ] \cdot [16 \text{ cm} + b] = \tan[72^\circ] \cdot [16 \text{ cm} - b] \rightarrow$$

$$-0,07 \cdot [16 \text{ cm} + b] = 3,08 \cdot [16 \text{ cm} - b] \rightarrow$$

$$-1,12 \text{ cm} - 0,07 \cdot b = 49,28 \text{ cm} - 3,08 \cdot b \rightarrow$$

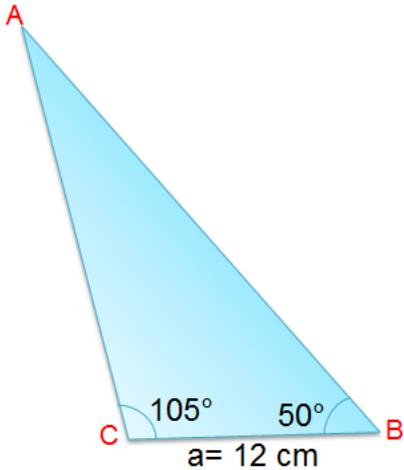
$$-0,07 b + 3,08 b = 49,28 \text{ cm} + 1,12 \text{ cm} \rightarrow$$

$$3,01 b = 50,4 \text{ cm} \rightarrow b = \frac{50,4 \text{ cm}}{3,01} \rightarrow b \approx 17 \text{ cm}$$

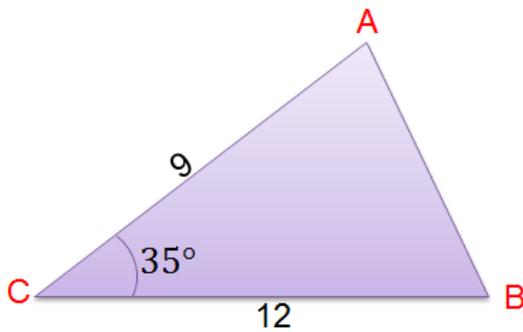
EJERCICIOS DE APLICACIÓN.

Resolver los siguientes triángulos oblicuángulos haciendo uso del teorema de la tangente.

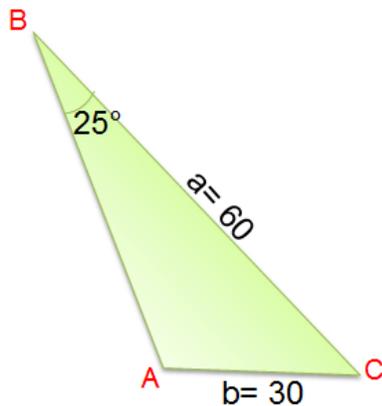
1. Calcular los valores de los catetos b y c .



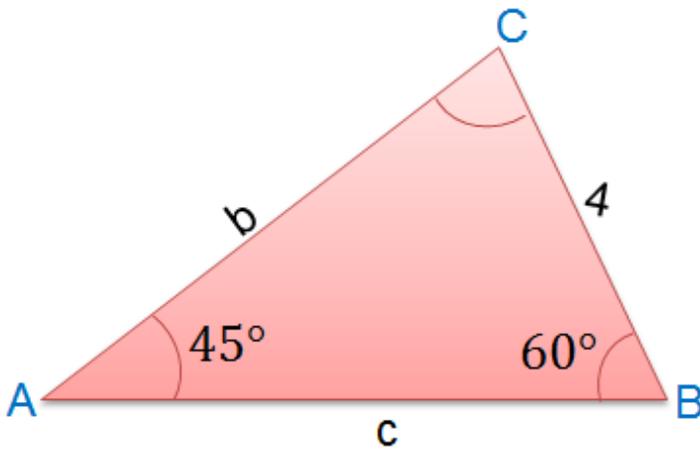
2. Calcular el valor del cateto c .



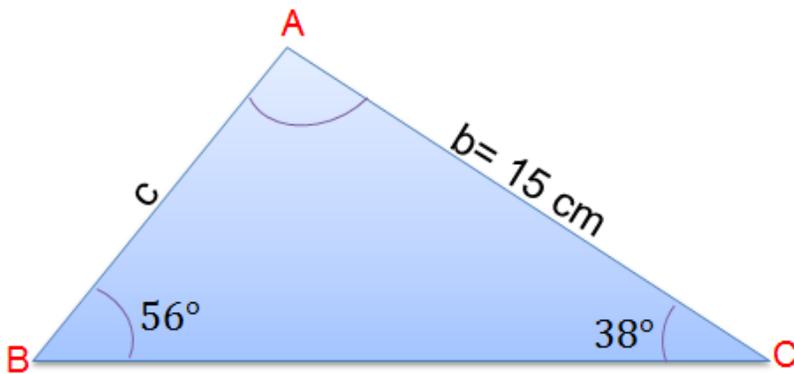
3. Calcular el valor del lado c y los ángulos A y C .



4. Calcular el valor de los catetos b y c .



5. Calcular el valor de los catetos a y c .

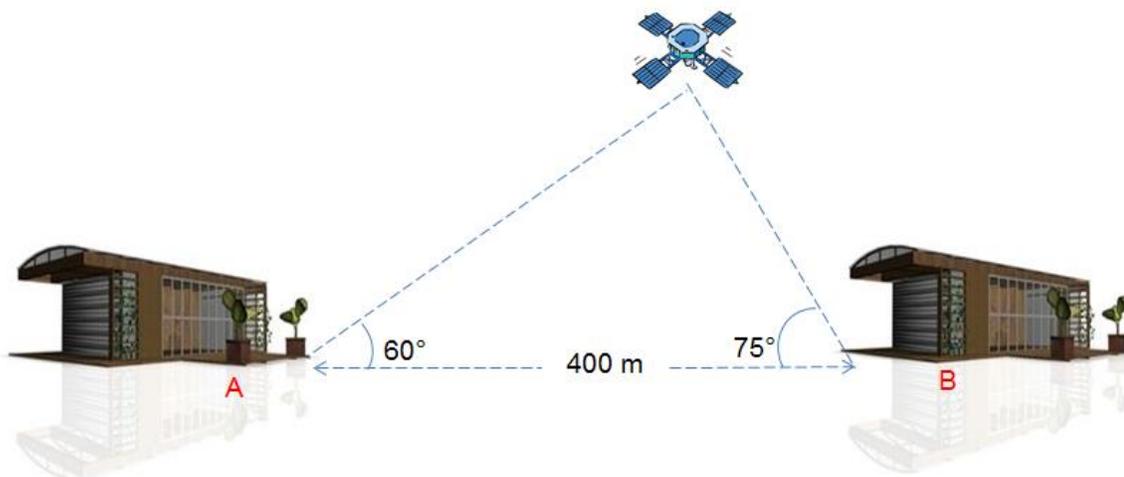


RESOLUCIÓN DE SITUACIONES PROBLEMA CON TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS

Para dar solución a situaciones problema con triángulos rectángulos se puede emplear en un mismo ejercicio varios de los teoremas (seno, coseno, tangente) de acuerdo a la información planteada en cada situación.

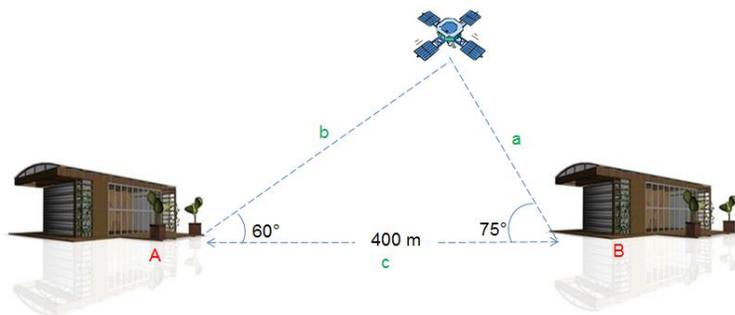
EJEMPLOS

1. Un satélite en órbita terrestre pasa directamente por encima de estaciones de observación situadas en dos puntos A y B a 400 km de distancia. En un instante cuando el satélite está entre estas dos estaciones, se observa que el ángulo de elevación es de 60° en A y de 75° en B, ¿a qué distancia se encuentra el satélite del punto B?



Solución:

- ✓ En primer lugar determinaremos los valores de las variables que contiene el triángulo.



$a = ?$

$b = ?$

$c = 400 \text{ m}$

$A = 60^\circ$

$B = 75^\circ$

$C = ?$

- ✓ Para calcular el ángulo C , simplemente se efectúa una resta de 180° menos los otros ángulos conocidos: $180^\circ - (A + B) \rightarrow C = 180^\circ - (60^\circ + 75^\circ) \rightarrow C = 180^\circ - 135^\circ \rightarrow C = 45^\circ$
- ✓ En este caso para calcular la distancia del punto B al satélite se debe hallar el valor del cateto a y para la solución del ejercicio emplearemos el teorema del seno.

$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B} = \frac{c}{\text{Sen}C}$$

$$\frac{a}{\text{sen}60^\circ} = \frac{b}{\text{sen}75^\circ} = \frac{400 \text{ m}}{\text{Sen}45^\circ}$$

- ✓ Haciendo uso de los criterios de proporcionalidad, resolveremos las variables desconocidas.

$$\frac{a}{\text{sen}60^\circ} = \frac{400 \text{ m}}{\text{Sen}45^\circ} \rightarrow a \times \text{sen}45^\circ = 400 \text{ m} \times \text{sen}60^\circ \rightarrow a \times 0,71 = 400 \text{ m} \times 0,87 \rightarrow$$

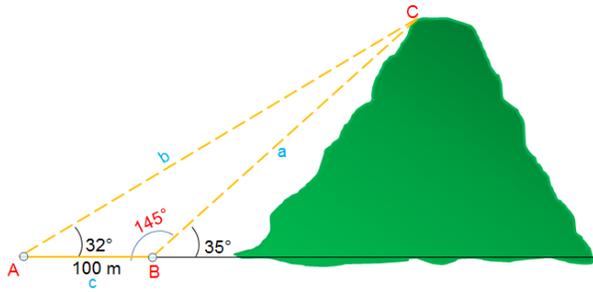
$$a \times 0,71 = 348 \text{ m} \rightarrow a = \frac{348 \text{ m}}{0,71} \rightarrow a \approx 490 \text{ m}$$

- Para estimar la altura de una montaña sobre una llanura, se encuentra que el ángulo de elevación a la cima de la montaña es de 32° . Si está 100 metros más cerca de la montaña sobre la llanura, se observa que el ángulo es de 35° . Calcular la altura aproximada de la montaña.



Solución:

- ✓ En primer lugar determinaremos los valores de las variables que contiene el triángulo que se forma en la figura.



$$a = ? \quad b = ? \quad c = 100 \text{ m} \quad A = 32^\circ \quad B = 145^\circ \quad C = ?$$

- ✓ Para calcular el ángulo B se tiene en cuenta que se forma un ángulo llano con la base de la llanura, entonces se debe calcular el ángulo suplementario: $B = 180^\circ - 35^\circ \rightarrow B = 145^\circ$
- ✓ Para calcular el ángulo C, simplemente se efectúa una resta de 180° menos los otros ángulos conocidos: $180^\circ - (A + B) \rightarrow C = 180^\circ - (32^\circ + 145^\circ) \rightarrow C = 180^\circ - 177^\circ \rightarrow C = 3^\circ$
- ✓ En este caso para calcular la distancia del punto B a la cima de la montaña, se debe hallar el valor de la variable a y se utilizará el teorema del seno.

$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B} = \frac{c}{\text{Sen}C}$$

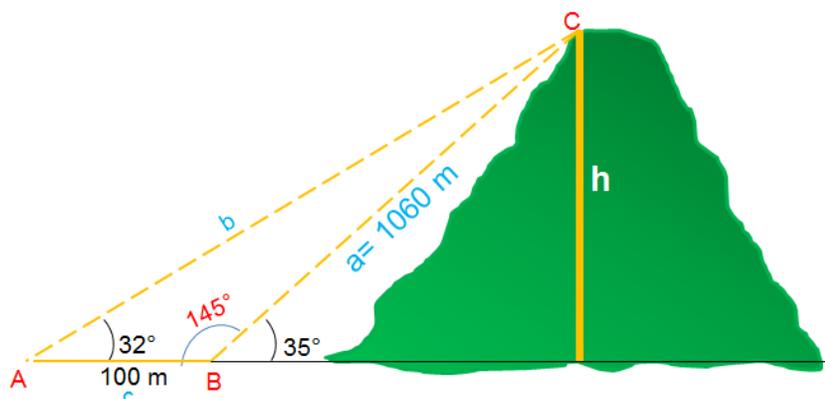
$$\frac{a}{\text{sen}32^\circ} = \frac{b}{\text{sen}145^\circ} = \frac{100 \text{ m}}{\text{Sen}3^\circ}$$

- ✓ Haciendo uso de los criterios de proporcionalidad, resolveremos las variables desconocidas.

$$\frac{a}{\text{sen}32^\circ} = \frac{100 \text{ m}}{\text{Sen}3^\circ} \rightarrow a \times \text{sen}3^\circ = 100 \text{ m} \times \text{sen}32^\circ \rightarrow a \times 0,05 = 100 \text{ m} \times 0,53 \rightarrow$$

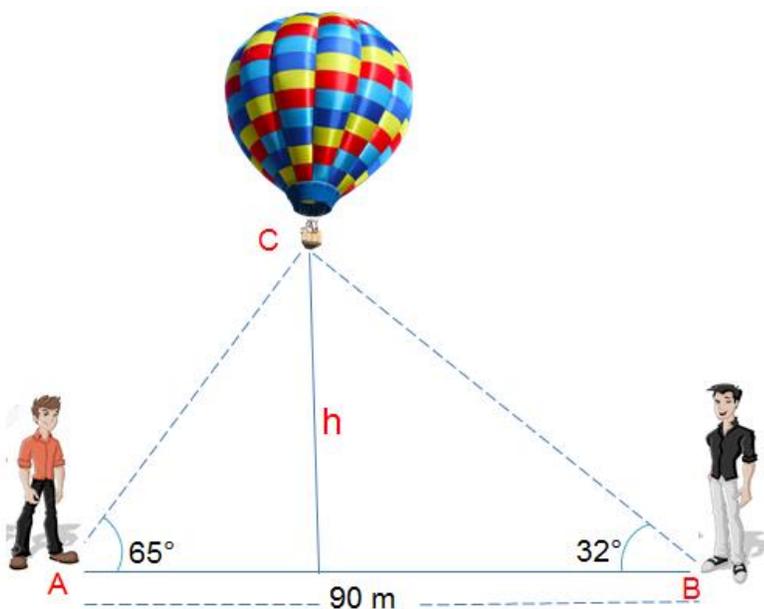
$$a \times 0,05 = 53 \text{ m} \rightarrow a = \frac{53 \text{ m}}{0,05} \rightarrow a \approx 1060 \text{ m}$$

- ✓ Para calcular el valor de la altura de la montaña con respecto al ángulo 35° , se tiene que dicha altura corresponde al cateto opuesto, y anteriormente a través del teorema del seno se calculó el valor que correspondería a la hipotenusa, por lo tanto se puede emplear la función trigonométrica seno.



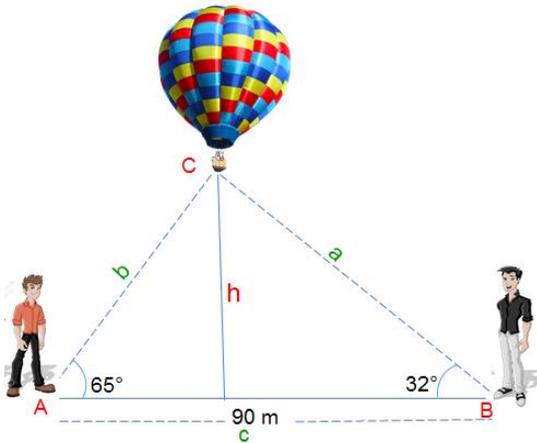
$$\operatorname{sen}35^\circ = \frac{h}{1060\text{ m}} \rightarrow h = 1060\text{ m} \times \operatorname{sen}35^\circ \rightarrow h = 1060\text{ m} \times 0,57 \rightarrow h = 604,2\text{ m}$$

3. Dos personas situadas a una distancia de 90 metros, observan un globo en el cielo, situado entre ambos. Los respectivos ángulos de elevación del globo son 65° y 32° . Determinar la altura del globo.



Solución:

- ✓ En primer lugar determinaremos los valores de las variables que contiene el triángulo que se forma en la figura.



$$a = ?$$

$$b = ?$$

$$c = 90 \text{ m}$$

$$A = 65^\circ$$

$$B = 32^\circ$$

$$C = ?$$

- ✓ Para calcular el ángulo C, simplemente se efectúa una resta de 180° menos los otros ángulos conocidos: $180^\circ - (A + B) \rightarrow C = 180^\circ - (65^\circ + 32^\circ) \rightarrow C = 180^\circ - 97^\circ \rightarrow C = 83^\circ$
- ✓ En este caso para calcular la altura del globo, se procederá a calcular el valor de uno de los otros catetos, para esta ocasión hallaremos el valor del cateto b, mediante la utilización del teorema del seno.

$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B} = \frac{c}{\text{Sen}C}$$

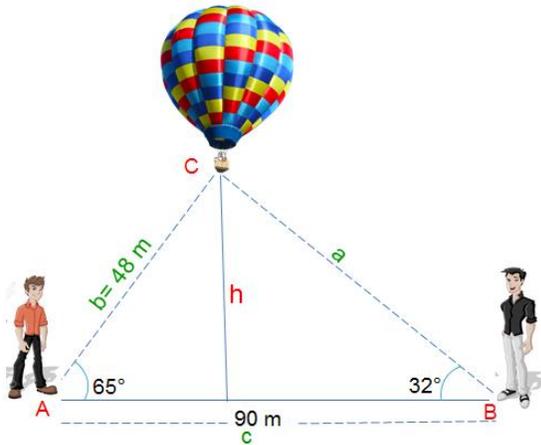
$$\frac{a}{\text{sen}65^\circ} = \frac{b}{\text{sen}32^\circ} = \frac{90 \text{ m}}{\text{Sen}83^\circ}$$

- ✓ Haciendo uso de los criterios de proporcionalidad, resolveremos las variables desconocidas.

$$\frac{b}{\text{sen}32^\circ} = \frac{90 \text{ m}}{\text{Sen}83^\circ} \rightarrow b \times \text{sen}83^\circ = 90 \text{ m} \times \text{sen}32^\circ \rightarrow b \times 0,99 = 90 \text{ m} \times 0,53 \rightarrow$$

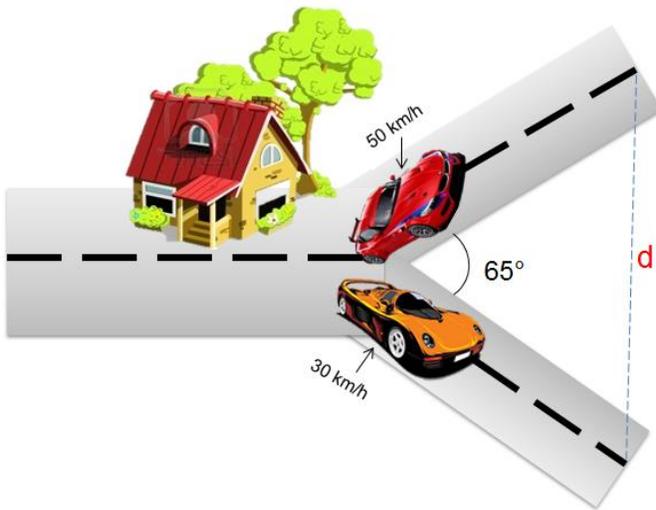
$$b \times 0,99 = 47,7 \text{ m} \rightarrow b = \frac{47,7 \text{ m}}{0,99} \rightarrow b \approx 48 \text{ m}$$

- ✓ Para calcular el valor de la altura del globo con respecto al ángulo 65° , se tiene que dicha altura corresponde al cateto opuesto, y anteriormente a través del teorema del seno se calculó el valor que correspondería a la hipotenusa, por lo tanto se puede emplear la función trigonométrica seno.



$$\text{sen}65^\circ = \frac{h}{48 \text{ m}} \rightarrow h = 48 \text{ m} \times \text{sen}65^\circ \rightarrow h = 48 \text{ m} \times 0,91 \rightarrow h = 44 \text{ m}$$

4. Dos carreteras rectas divergen formando un ángulo de 65° . Dos automóviles salen de la intersección a las 2:00 p.m. Uno viaja a 50 km por hora y el otro a 30 km por hora. ¿a qué distancia están separados a las 2:30 p.m.?



Solución:

- ✓ En primer lugar determinaremos la distancia que recorre cada uno de los automóviles:

Automóvil 1:

Distancia = velocidad x tiempo

$$\text{Distancia} = 50 \text{ km/h} \times 0,5 \text{ h}$$

$$\text{Distancia} = 25 \text{ km}$$

Automóvil 2:

Distancia= velocidad x tiempo

Distancia = 30 km/h x 0,5 h

Distancia= 15 km



El tiempo transcurrido de 2:00 p.m (hora en que salieron los automóviles) a las 2:30 p.m (hora en la cual se desea saber la distancia que los separa) es de 30 minutos, como la velocidad está expresada en km/h, se hace conversión de minutos a hora, es decir 30 minutos = 0,5 horas.

- ✓ *Con base en la figura, se procede a determinar los valores de las variables que contiene el triángulo que se forma.*



$$a = 15 \text{ km}$$

$$b = 25 \text{ km}$$

$$c = ?$$

$$A = ?$$

$$B = ?$$

$$C = 65^\circ$$

- ✓ *En este caso, según la información que se tiene (dos lados y el ángulo que se forma entre ellos) y dando solución a la respuesta sobre la distancia a la cual se encuentran separados los automóviles transcurridos 30 minutos desde su partida, se utilizará el teorema del coseno.*

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$

La distancia que separa los automóviles transcurridos 30 minutos se puede calcular hallando el valor de la variable c.

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos C$$

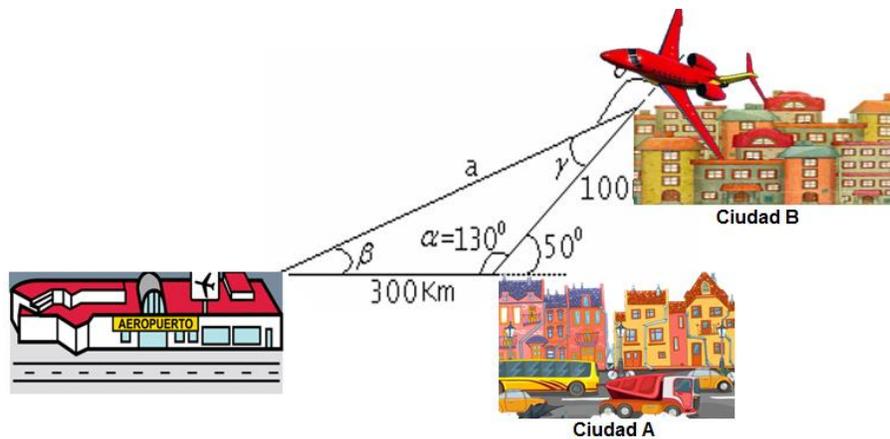
$$c^2 = (15 \text{ km})^2 + (25 \text{ km})^2 - 2(15 \text{ km} \times 25 \text{ km}) \cdot \cos 65^\circ \rightarrow$$

$$c^2 = 225 \text{ km}^2 + 625 \text{ km}^2 - 750 \text{ km}^2 \cdot 0,42 \rightarrow$$

$$c^2 = 850 \text{ km}^2 - 315 \text{ km}^2 \rightarrow c^2 = 535 \text{ km}^2 \rightarrow c = \sqrt{535 \text{ km}^2} \rightarrow c \approx 23 \text{ km}$$

✓ *La distancia que separa los automóviles transcurridos 30 minutos desde su partida, es de aproximadamente 23 km.*

5. Un avión vuela una distancia de 300 Km del Aeropuerto a la ciudad A, luego cambia su rumbo 50° y se dirige a la ciudad B que está a 100Km según la figura.

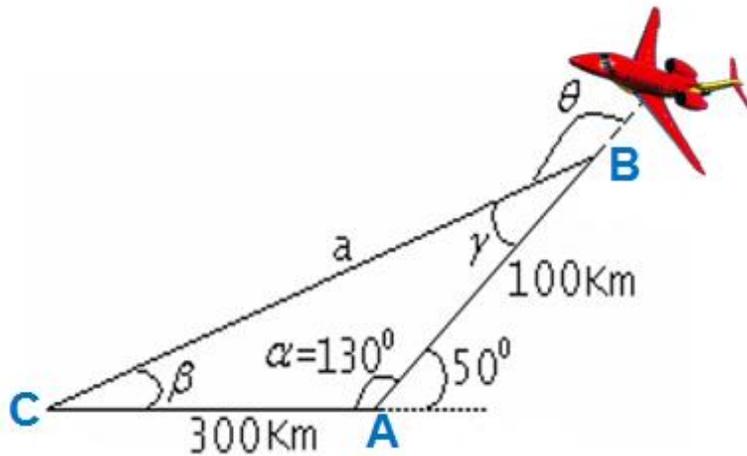


a) ¿Qué tan lejos está el aeropuerto de la ciudad B?

b) ¿Qué ángulo debe girar el piloto en la ciudad B para regresar al aeropuerto?

Solución:

✓ *En primer lugar determinaremos los valores de las variables que contiene el triángulo que se forma en la figura.*



$$a = ? \quad b = 300 \text{ km} \quad c = 100 \text{ km} \quad A(\alpha) = 130^\circ \quad B^\circ = ? \quad C^\circ = ? \quad \theta = ?$$

- ✓ Para calcular el ángulo que se forma en la ciudad A se tiene en cuenta que al momento en que el avión efectúa el giro hacia la ciudad B se forma un ángulo de 50° , por lo tanto para completar un ángulo llano se debe calcular el ángulo suplementario:

$$A(\alpha) = 180^\circ - 50^\circ \rightarrow A(\alpha) = 130^\circ$$

- ✓ En este caso para calcular la distancia del aeropuerto a la ciudad B se debe calcular el valor del cateto **a** y de acuerdo a los datos que se tienen del ejercicio, se hará uso del teorema del coseno.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A \rightarrow$$

$$a^2 = (300 \text{ km})^2 + (100 \text{ km})^2 - 2(300 \text{ km} \cdot 100 \text{ km}) \cdot \cos 130^\circ \rightarrow$$

$$a^2 = 90000 \text{ km}^2 + 10000 \text{ km}^2 - 60000 \text{ km}^2 \cdot (-0,64) \rightarrow$$

$$a^2 = 90000 \text{ km}^2 + 10000 \text{ km}^2 - 60000 \text{ km}^2 \cdot (-0,64) \rightarrow$$

$$a^2 = 100000 \text{ km}^2 - (-38400 \text{ km}^2) \rightarrow$$

$$a^2 = 100000 \text{ km}^2 + 38400 \text{ km}^2 \rightarrow$$

$$a^2 = 138400 \text{ km}^2 \rightarrow a^2 = \sqrt{138400 \text{ km}^2} \rightarrow a = 372 \text{ km}$$

- ✓ La distancia que separa el aeropuerto y la ciudad B es de 372 km.

- ✓ Para calcular el valor del ángulo que debe girar el piloto (ángulo externo), se calcula primero el ángulo interno (γ) haciendo uso del teorema del seno.

$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B} \rightarrow$$

$$\frac{372 \text{ km}}{\text{sen}130} = \frac{300 \text{ km}}{\text{sen}B} \rightarrow \text{Sen}B \times 372 \text{ km} = 300 \text{ km} \times \text{sen}130^\circ \rightarrow$$

$$\text{Sen}B \times 372 \text{ km} = 300 \text{ km} \times 0,77 \rightarrow \text{Sen}B = \frac{231 \text{ km}}{372 \text{ km}} \rightarrow \text{Sen}B = 0,62 \rightarrow$$

$$B = \text{sen}^{-1}0,62 \rightarrow B \approx 38^\circ$$

- ✓ Para calcular el valor del ángulo que debe girar el piloto (θ) se le resta a 180° el valor del ángulo interno:

$$180^\circ - 38^\circ = 142^\circ$$

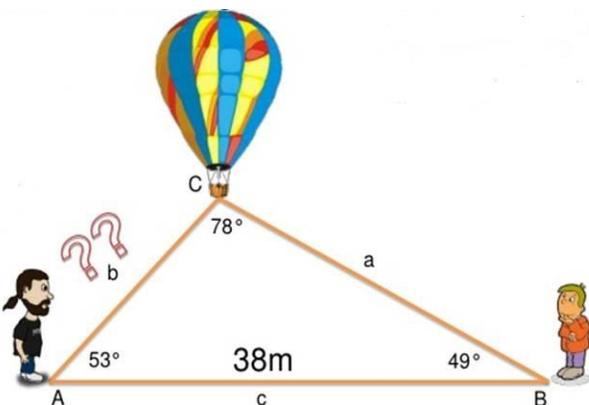


ACTIVIDAD DE PROFUNDIZACIÓN

Solucionar los siguientes ejercicios haciendo uso de los teoremas del seno, coseno o tangente.

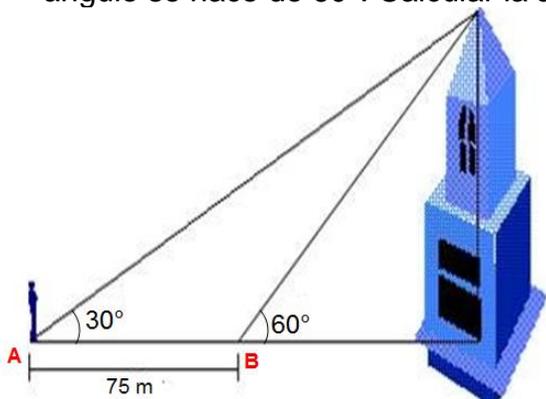
EJERCICIOS DE APLICACIÓN

1. Un globo aerostático es observado por dos personas, midiendo los ángulos de los observadores y conociendo que la distancia entre ellos es de 38 metros, calcular la distancia de la persona A al globo.



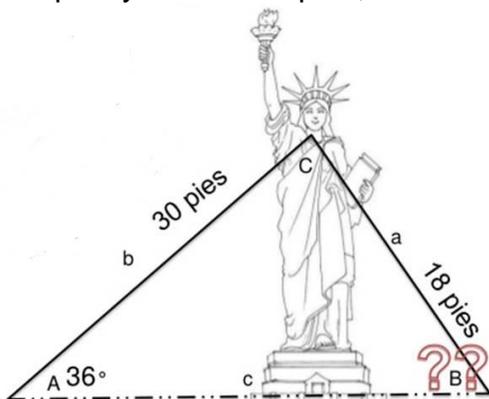
Rta: _____

2. Desde un cierto lugar del suelo se ve el punto más alto de una torre, formando la visual un ángulo de 30° con la horizontal. Si nos acercamos 75 metros hacia el pie de la torre, ese ángulo se hace de 60° . Calcular la altura de la torre.



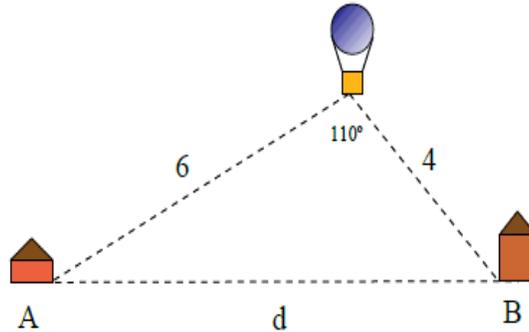
Rta: _____

3. Para evitar la caída de la estatua de la libertad se tendieron dos cables para sostenerla uno de 30 pies y otro de 18 pies, calcula el ángulo del cable de 18 pies con respecto al suelo.



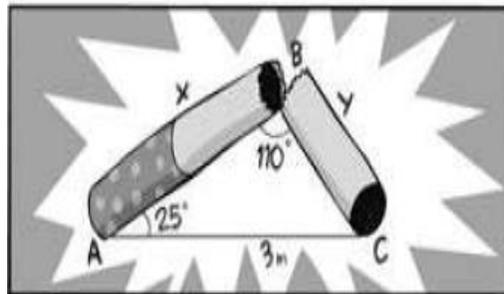
Rta: _____

4. Desde un globo se observa dos pueblos. Calcular la distancia entre los pueblos, teniendo en cuenta la información de la gráfica.



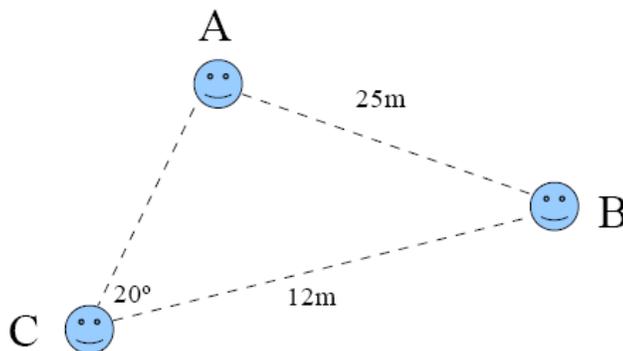
Rta: _____

5. Este es el cartel de una campaña publicitaria contra el tabaco. ¿Cuánto mide el cigarro que aparece en él?



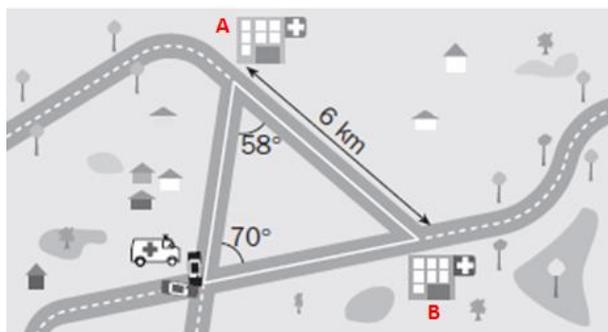
Rta: _____

6. Tres amigos se sitúan en un campo de fútbol. Entre Alberto y Berto hay 25 metros, y entre Berto y Camilo, 12 metros. El ángulo formado en la esquina de Camilo es de 20° . Calcula la distancia entre Alberto y Camilo.



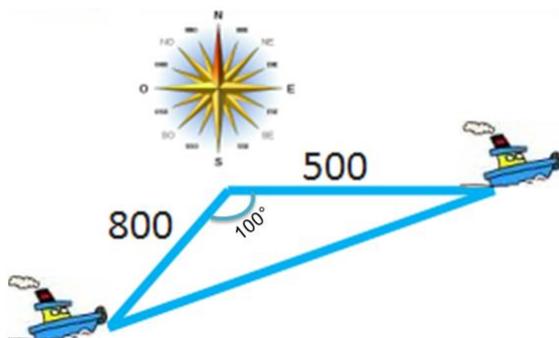
Rta: _____

7. Una ambulancia está socorriendo a los heridos de un accidente de tráfico. Observa el mapa y señala cuál de los dos hospitales se encuentra más cerca del lugar del accidente.



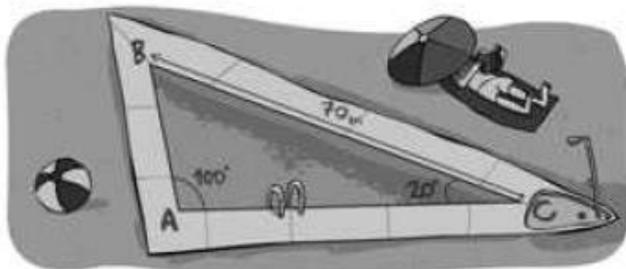
Rta: _____

8. Un barco navega 800 millas hacia el NE y luego 500 millas hacia el E, calcula la distancia desde su punto de partida hasta su punto final



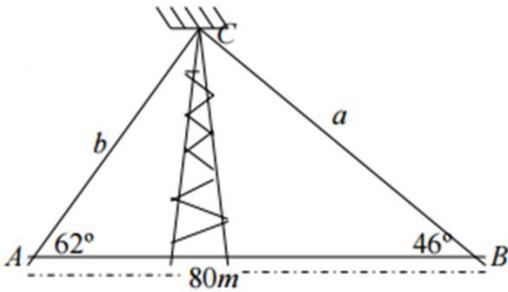
Rta: _____

9. Calcular el perímetro de la piscina triangular de la figura.



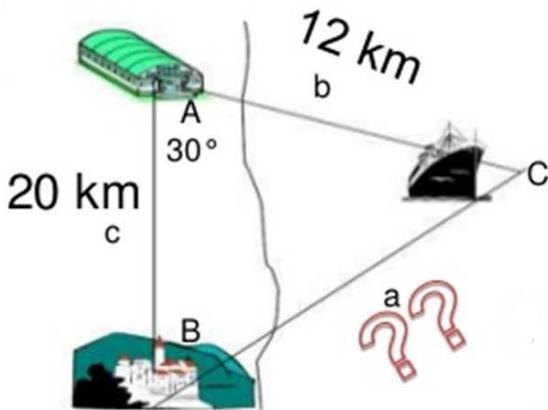
Rta: _____

10. Una antena de radio está sujeta con cables de acero, como se muestra en la figura. Hallar la longitud de los cables.

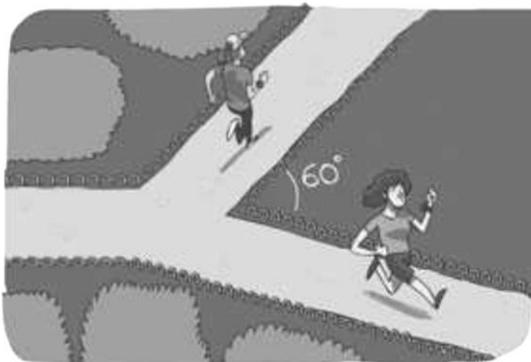


Rta: _____

11. La distancia de un granero a un castillo es de 20 kilómetros y a un barco es de 12 kilómetros desde el mismo. Calcula la distancia entre el castillo y el barco.

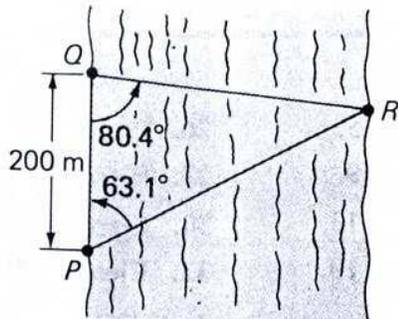


12. Dos corredoras entrenan a una velocidad de 9 kilómetros por hora. Llegan juntas a un cruce de caminos que forman entre sí un ángulo de 60° y cada una toma un camino. ¿Qué distancia las separará dentro de una hora?



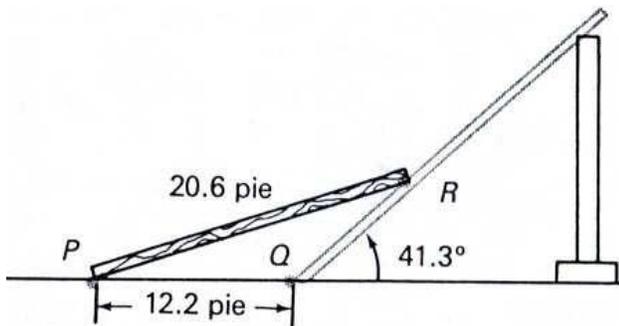
Rta: _____

13. Para determinar la distancia a través de un río recto, un topógrafo elige los puntos P y Q en la rívera, donde la distancia entre P y Q es 200 m. En cada uno de los puntos se observa el punto R en la rívera opuesta. El ángulo que tiene lados PQ y PR mide $63,1^\circ$ y el ángulo cuyos lados son PQ y QR mide $80,4^\circ$. ¿Cuál es la distancia a través del río?



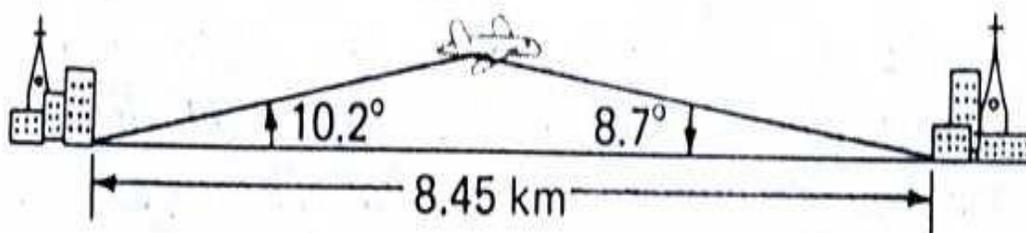
Rta: _____

14. Una rampa está inclinada en un ángulo de $41,3^\circ$ con respecto del suelo. Un extremo de una tabla de 20,6 pie de longitud se localiza en el suelo en un punto P que está a 12,2 pie de la base Q de la rampa, y el otro extremo reposa sobre la rampa en un punto R. Determine la distancia desde el punto Q hacia arriba de la rampa hasta el punto R.



Rta: _____

15. En un momento determinado un avión voló sobre un camino recto que une a dos ciudades pequeñas, los ángulos de depresión de ambas fueron de $10,2^\circ$ y $8,7^\circ$:



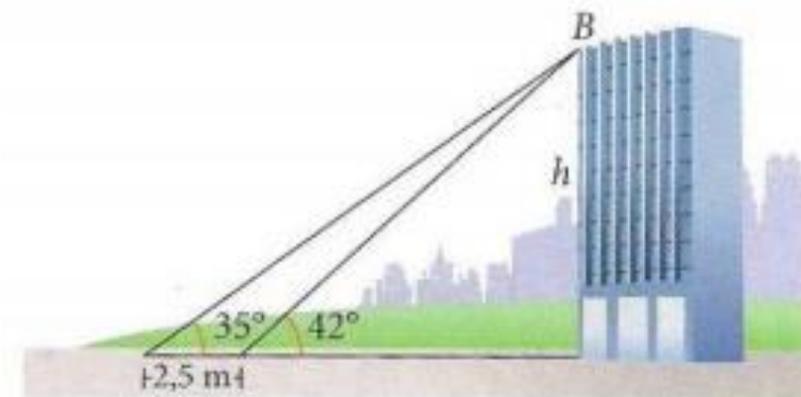
- a) Determinar las distancias desde el avión a cada una de las ciudades en ese momento, si la separación entre ambas es de 8,45 km.

Rta: _____

- b) Determinar la altura del avión en ese momento.

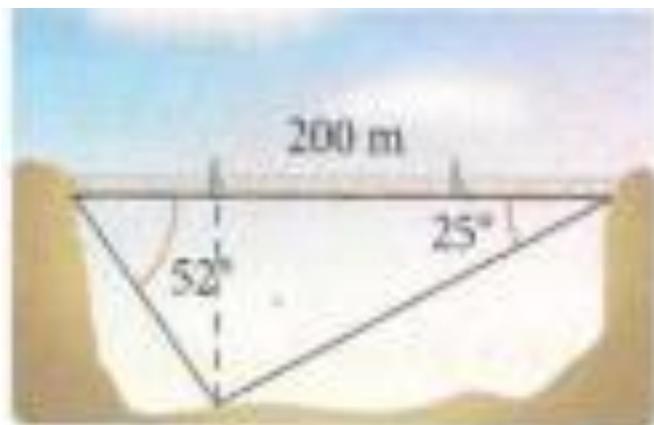
Rta: _____

16. Desde un punto A se observa la azotea de un edificio con un ángulo de 35° , si se avanza en la misma dirección, 2,5 metros se observa la azotea con un ángulo de 42° . Determinar la altura del edificio



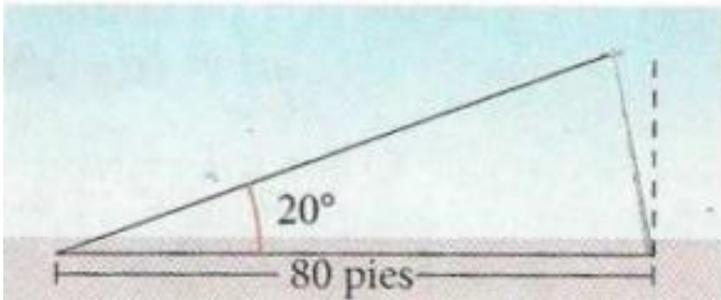
Rta: _____

17. Calcular la altura a la que caminan dos viajeros cuando cruzan un desfiladero por un puente colgante como se muestra en la figura.



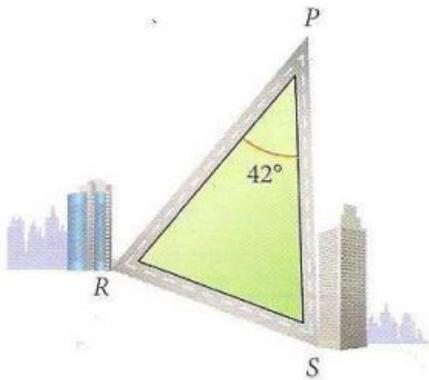
Rta: _____

18. Un poste está inclinado 11° con respecto a la vertical del sol. El poste emite una sombra de 80 pies de largo sobre el piso cuando el ángulo de elevación del sol es de 20° . ¿Cuál es la longitud del poste?



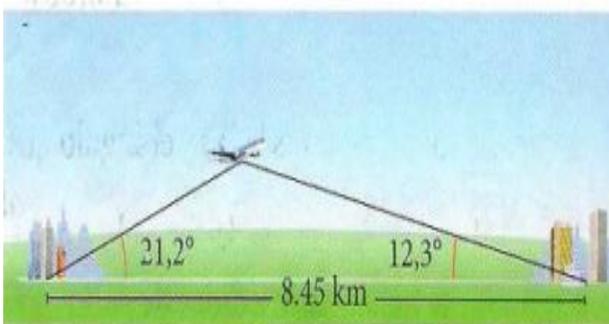
Rta: _____

19. Dos carreteras rectas se cruzan en un punto P formando un ángulo de 42° . En un punto R de una de las carreteras hay un edificio que está a 368 m de P, y en un punto S de la otra carretera, hay un edificio que está a 426 m de P. Determina la distancia entre R y S.



Rta: _____

20. En un momento dado, cuando un avión estaba directamente arriba de una carretera recta que une a dos pueblos, los ángulos de elevación con respecto a estos pueblos eran $21,2^\circ$ y $12,3^\circ$.



- a. Determinar las distancias del avión a cada uno de los pueblos en dicho instante, considerando una separación de 8,45 km entre los puntos representativos de los pueblos.

Rta: _____

- b. Determinar la altura del vuelo del avión en ese momento.

Rta: _____

LOS EJERCICIOS DE APLICACIÓN SON TOMADOS Y ADAPTADOS DE:

Documento pdf: Tema 8, problemas métricos – Teorema seno – coseno y otros.

Documento pdf: Teorema seno y coseno.

Documento pdf: Problemas resueltos sobre el teorema del seno y coseno.